

Chapter I Introduction

§ OR 的起源 §

二次世界大戰，英國軍事將領，要求一批科學家，數學家及工程師成立一個團體 (team work) 去分析許多軍事問題。例如雷達的佈置，運送補給品，轟炸，反潛及佈雷的管理。

這種應用數學和科學方法到軍事行動稱為作業研究 (Operations Research, OR)。現在 OR (有時稱為 Management Science) 是指從數學模式中導出解決問題的方法。一般的情況下就是在有限資源下，去決定和運作一個系統，使系統的目標最佳化，換句話說，OR 是種 Optimization

§ OR 的發展 §

這個團體在戰後就解散，這批人才流入工商界，將這些技術方法加以推廣

所得成果令人滿意，到了1950年代以後，電腦進步，藉著電腦的運算速度，使OR的實用性更為提高，OR的名稱也深植人心。

1960年代以後，OR開始在學校紮根，反應效果良好，美國許多著名的學校相繼開課，到了中期以後，已漸成為商業研究所的主要課程之一。

1970年代OR已滲達到成熟階段，論文的文章與應用也遠遠超過過去二、三十年的總和。

§ ELEMENTS OF A DECISION MODEL §

一個決策模式只是一項工具彙整
決策問題讓決策者辨認與評估
這個決策問題之所有可行方案
然後由所有方案中選出最佳方案

例如有位教授有一項五星期的商業承諾在 Fayetteville (FYV), Arkansas 與 Denver (DEN), Colorado 之間。他必需在星期一飛離 FYV, 在同一星期的星期三回來。正常的來回票是 \$400, 如果機票有包含週末可有 20% 折扣, 單程機票是來回票的 75%, 這位教授要如何購買這五星期的機票呢?

在這決策過程我們要辨認下列三項主要問題。

1. 什麼是決策可行方案 (Alternatives)
2. 做決策時有何限制 (restrictions)
3. 在評估可行 (替代) 方案時, 什麼是適當的目標準則 (objective criterion)

1 可行方案可分為三種情形

- (1) 買五張 FYV-DEN-FYV 正常來回票, 所以花費 $5 \times 400 = 2000$ 元。

(2) 買一張 FYV-DEN ^{on Monday of the first week} 單程票, ($0.75 \times 400 = 300$)
買四張 DEN-FYV-DEN 來回票, ($4 \times 0.8 \times 400 = 1280$)
_{on Wednesday of the first 4 weeks}
買一張 DEN-FYV 單程票, ($0.75 \times 400 = 300$)
_{on Wednesday of the fifth week.}
所以花費 1880 元

(3) 買一張 FYV-DEN-FYV 來回票, 去滿足第一星期星期一離開 FYV, 和第五星期的星期三由 DEN 回來。

買四張 DEN-FYV-DEN 來回票,

所以花費 $5 \times 0.8 \times 400$ 元。

2. 限制在這一問題是在同一星期中, 星期一離開, 星期三回來。

3. 評估替代方案的目標準則是機票的價格。

上述問題示範一模式, 一般而言, 在任何模式問題, 第一個重要步驟是定義決策變數 (Decision variables) 或替代方案 (Alternatives), 再來就是

建構目標函數與模式之限制，
OR 模式的一般型式如下

Maximize or Minimize objective function
subject to
Constraints

— 模式的解如果是可行的 (feasible) 代表滿足所有限制式。以前述三可行方案而言，(3) 之價格最低為所有可行解中最低，稱之為 optimal solution 最佳解。

— 繩子有 L inches 長，想使圍起來面積最大，試問長、寬為何？

如果令決策變數 w ：代表寬度
 h ：代表高度 (長度)，這一問題
如以模式表示，可以表示如下

Maximize $z = w \cdot h$

subject to

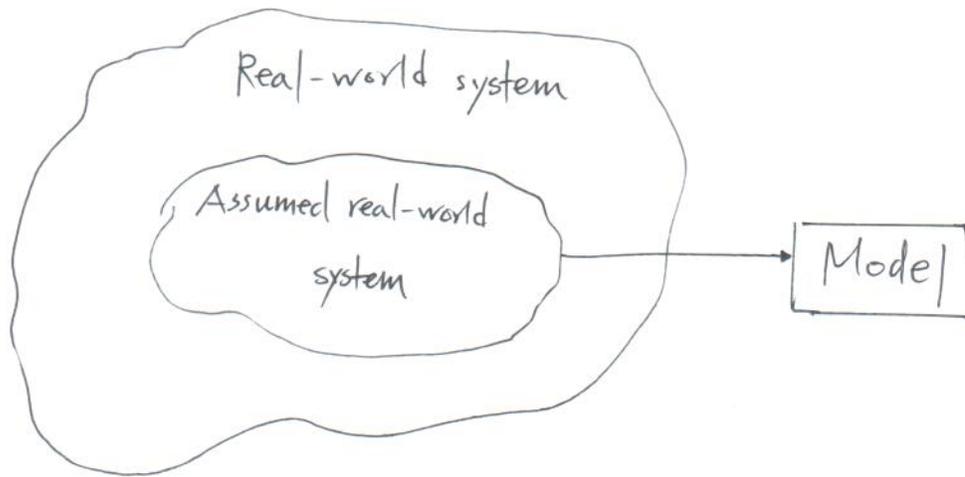
$$w + h = \frac{L}{2}$$

$$w, h \geq 0$$

這是一 nonlinear programming, optimal solution

為 $w = h = \frac{1}{4}L$

§ ART OF MODELING



OR的決策過程是建構一決策模式,然後求解找出一最佳解。這一決策模式如上節陳述包含目標函數,限制式與決策變數。真實世界通常包含非常多的變數與限制,但通常只有一部分的變數與限制真正支配真實系統的

行為。於是為了建構模式應簡化真實系統，辨認出與決策相關之決策變數與限制式。上圖描述假設的真實系統是真實系統的簡化，模式再基於假設的真實系統辨認出目標，決策變數與限制式。

§ TYPES OF OR MODELS §

在真實系統伴隨不同型態的問題於是存在許多的模式解決這類型的問題，諸如 linear, integer, dynamic, nonlinear programming. 在大部分 OR 應用，假設目標，限制式，決策變數。我們稱之為 Mathematical model。如果真實系統過於複雜，無法以 Mathematical model 表示，則會使用模擬

simulation, 模擬係模仿真實系統的行為, 透過多次執行去估計可能結果。模擬相較於數學模式具有高度彈性, 但其缺點是建模相當耗時與耗資源。

The OR Approach to Modeling

 Not different from other quantitative fields of study

1. Define the problem and gather data.
2. Formulate a mathematical model to represent the problem
3. Develop a computer-based procedure for deriving solutions to the model
4. Test/refine the model
5. Implement.

(Hillier and Lieberman, 2005)

A Partial List of OR Topics

Linear Programming, Non-linear Programming, Integer Programming, Dynamic Programming, Decision Analysis, Markov chains, Markov Decision Problems, Queueing Theory, Game Theory, Simulation, Network Optimization, Stochastic Programming

A Short List of OR Journals

📖 Operations Research, Management Science, Manufacturing and Service Operations Management, Mathematical Programming, Interfaces, INFORMS Journal on Computing, Mathematics of Operations Research, Healthcare Management Science