

網枝排程問題 (Arc Routing Problem) 之

應用

1. 郵差送信排程

2. 掃街車排程

3. 垃圾蒐集排程

4. 電、瓦斯、水表讀表員排程

5. 警車巡邏排程

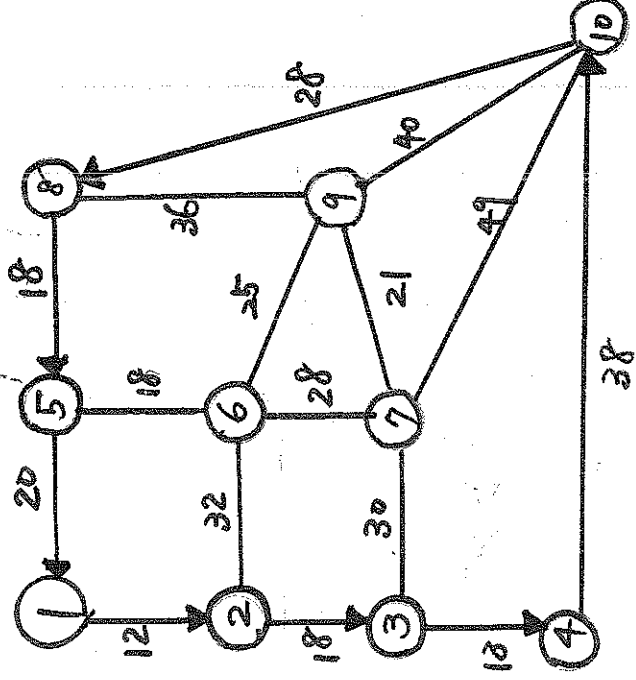
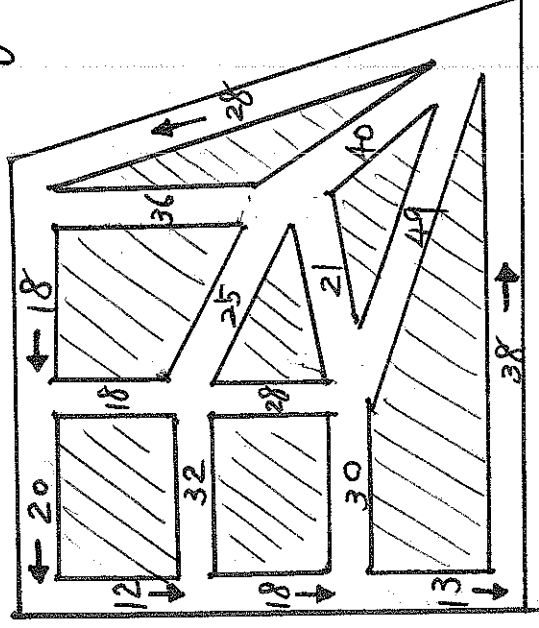
6. 電話簿遞送排程

7. 電路板晶片插入排程

8. 掃雪車排程

9. 遊客步行觀

光排程



網枝排程問題一般分成三個子問題加以處理

1. 網枝區隔問題 (Arc Partitioning Problem)

2. 網枝擴增問題 (Arc Augmenting Problem)

3. 網枝排序問題 (Arc Sequencing Problem)

摘要

網枝排程問題 (Arc Routing Problem, ARP) 乃作業研究領域所探討關於網路最佳化之問題。一般研究網路與圖論者所耳熟能詳之中國郵差問題 (Chinese Postman Problem, CPP)，即為 ARP 最早所受到注意的一個問題類型。ARP 可用來處理不少公、私機構面對的日常作業問題，最常引用之實例乃郵差送信之途程設定及垃圾車之途程設定。本章旨在回顧 ARP 研究領域之發展歷程、評析基本問題之解法，並提供例題說明，俾讀者對此問題之特質有更深入之瞭解；本章可作為從事 ARP 研究、教學及相關應用分析之基礎知識。

一、前言

網路最佳化問題之應用範圍相當廣泛，其中有關途程設定或稱排程 (Routing) 之研究，常常看似容易將問題設定，但卻不易求解。本章就「網枝排程問題」 (Arc Routing Problem, ARP) 之基礎詳加介紹，並回顧相關文獻，期提供 ARP 研究、教學及實務應用之參考。本節中將舉例說明網枝排程問題之實務應用，在往後章節中將分別說明此一問題的歷史背景、文獻回顧、主要定理以及問題之定義，並配合實例說明 ARP 基本問題類型之解法 (或稱演算法)，最後總結提出結論與建議。

(一)問題簡介

原著
運輸網路分析
等合著
陳惠國

獲得服務。實務上應用網枝排程問題 (ARP) 的時機很多，例如：

(1) 郵差送信 (Postman delivery)：在某些國家 (例如美國)，郵差通常駕一小型車送信到一般住宅，一般分上、下午兩趟遞送信件，遞送全程約需 8 小時。

(2) 垃圾蒐集 (Refuse or Garbage Collection)：垃圾車自某一站場出發至指定蒐集區，於定點或挨家挨戶蒐集垃圾。蒐集完畢送至垃圾處理場，再返回站場。

(3) 讀電、水表 (Meter Reading)：讀表員按指定區域挨家挨戶讀表，記錄使用度數，然後返回公司，將抄錄資料送交資訊中心處理。

上舉三例有一共通性：服務人員或車輛均需挨家挨戶執行勤務。換言之，他們必須行經顧客所住街道來提供服務。這些街道 (Street Segment) 可以「網枝」來代表，人員或車輛行經之路線乃稱「途程」 (Route)，整個服務區域的街道系統乃以「網路」來代表。具體而言，網枝排程問題 (ARP) 乃在指定的網路中為人員及車輛尋求最節省成本之途程，俾便對所有具服務需求之網枝提供所需之服務。

茲舉二個實際案例，可一窺設定合適途程所能為相關機構帶來之效益。

案例 1：垃圾車途程設定電腦化 (Bodin et al.)

此一案例報告美國紐約州一城市 (114 平方公里，人口 327,000) 之垃圾車垃圾蒐集路線設定及其作業電腦化，自設計至執行過程中所面臨的問題，如何有效解決問題，及實際採用最佳解決及途程設定電腦化後之效益分析。此企劃案執行後之經濟效益包括：(1) 蒐集途程總數減少，因此所需垃圾車輛總數亦減少，因途程設定乃採最佳化之方式，所須垃圾車由原來 40 輛減少到 37 輛，轉換成每年數十萬美元營運成本之節省；(2) 垃圾蒐集人員精減，車輛減少所帶來之人員節省，可將這些人員分派至其他單位工作。

案例 2：瓦斯公司讀表員途程設定問題 (Wunderlich et al.)

此企劃案乃美國加州南部一大瓦斯公司發起，該公司發起此企劃案之原因有三：(1) 每年讀表費用超過 1 千 5 百萬美元；(2) 許多讀表途程均出現

超時作業 (Overtime) 現象，增加公司額外開銷；以及(3)公司成長所需設定或修改之途程，其作業程序緩慢且困難。

經尋找一家以解決網枝排程問題聞名之管理顧問公司，代表其研究改善方法及電腦化作業之實行，該公司估計可獲得以下經濟效益：(1) 讀表途程數目減少：每月讀表一次，可自 10,042 條減少到 9,772 條，每月減少 270 條，每條途程相當一個讀表員一天工作量，預計全年節省 \$516,736；(2) 讀表員精簡：每月精簡 12 個讀表員，全年可節省 \$450,000；(3) 超時工作減少：新途程之執行時間十分平衡，超時工作之減少，全年可省 \$357,450；因此總計成本之節省可達 7%，約 1.3 百萬美元。

除經濟效益外，無法量化的效益尚包括：(1) 途程工作量之均衡分配；(2) 途程修定自動化後，生產力之提高；(3) 途程規劃之便利，途程規劃人員可運用電腦迅速預測將來資源之需求及預算。

在瞭解途程之有效設定及電腦化可能帶來之有形及無形的效益後，下節將綜合說明相關文獻中有關網枝排程問題 (ARP) 之應用範圍。

(二) 網枝排程問題之應用

網枝排程問題 (ARP) 可應用在不少公、私機構面對的日常排程作業問題。在上一節中，已舉數例說明網枝排程問題 (ARP) 具有之特性。以下所列，乃綜合北美近 30 年文獻中提及關於網枝排程問題 (ARP) 之應用範圍。

- (1) 郵差送信排程 (Postman Delivery Routing)。
- (2) 掃街車排程 (Street Sweeper Routing)。
- (3) 住宅區垃圾蒐集排程 (Household Refuse Collection Routing)。
- (4) 電力線、油管、瓦斯管檢查排程 (Line Investigation)。
- (5) 電、瓦斯、水表讀表員排程 (Meter Reader Routing)。
- (6) 警車巡邏排程 (Police Patrolling)。
- (7) 電話簿遞送排程 (Telephone Book Distribution)。
- (8) 電路板矽片插入排程 (Chip Insertion of Printed Circuit Board)。
- (9) 掃雪車排程 (Snow Plower Routing)。

(10)撒鹽車排程 (Salt-Grit Spraying Truck Routing)。

(11)遊客步行觀光排程 (Indefatigable Tourist Routing)。

對於網枝排程問題 (ARP) 之應用作一說明後，下節將回顧 ARP 的歷史背景及相關文獻。

二、網枝排程文獻回顧

在相關文獻中，早在 1974 年即有 Beltrami and Bodin 提出城市垃圾蒐集排程問題之報告。往後 Bodin 陸續在 1978 年提出掃街車排程、1987 年美國郵差送信排程問題，及 1991 年瓦斯讀表員排程問題；Stern and Dror 在 1989 年提出電表讀表排程問題；Roy and Rousseau 在 1989 年提出加拿大郵差送信排程問題。這幾篇研究報告，都是有關網枝排程問題 (ARP) 之應用。

網枝排程問題 (ARP) 一般分成三個子問題加以處理：第一個子問題稱為「網枝區隔問題」 (Arc Partitioning Problem, APP)，第二個子問題為「網枝擴增問題」 (Arc Augmenting Problem, AAP)，第三個子問題為「網枝排序問題」 (Arc Sequencing Problem, ASP)，依序討論如下。

1. 網枝區隔問題

APP (區隔問題) 主要在設法有效區隔所有網路上需要區隔之網枝，使成為數個子網路 (通稱作業網路)。如此，每一子網路只由一服務單位加以服務。例如一個郵政區域，可區隔成 10 至 15 個小區域，由 10 至 15 個郵差送每日信件。文獻中關於區隔方法之報告，可見 Bodin 及 Bodin and Levy。

2. 網枝擴增問題

AAP (擴增問題) 乃設法在現有需求服務之網枝集合中，增加一些不需要服務之網枝 (Deadhead Arcs)，俾獲致一可旅行之擴增網路。關於不需服務網枝之選擇原則，是能夠使此類網枝總成本最少。AAP 最早出現在 1962 年中國數學期刊，由管梅古教授提出郵差問題。其內容乃為一郵差設

定最節省成本之遞送信件途程。因此之故，管教授所提問題自 1970 年以來，北美文獻均稱其為中國郵差問題，而相關於 AAP 理論方法之研究報告，則泛稱為郵差問題 (Postman Problem, PP)。AAP 方法上之研究，蘇雄義曾綜合各種不同郵差問題，提出一般模式，稱為一般郵差問題 (General Postman Problem, GPP)。

此外，對於相關文獻評析時，發覺 AAP 之研究報告較另外二個子問題豐富許多。主要原因在於 AAP 乃 ARP 之主要問題，且為一困難度頗高之組合最佳化問題 (Combinatorial Optimization Problem, COP)。在過往研究中，AAP 又可細分為有方向中國郵差問題 (Directed CPP, DCP) 、無方向中國郵差問題 (Undirected CPP, UCPP) 、混合中國郵差問題 (Mixed CPP, MCPP) 、風阻郵差問題 (Windy Postman Problem, WPP) 及郊區郵差問題 (Rural Postman Problem, RPP)。UCPP 及 DCP 均有多項次的最佳解法 (Polynomial Optimization Algorithms)，MCPP、WPP 及 RPP 則為 NP-complete 之問題。NP-complete 問題之最佳解法一般只能適用小型網路的問題求解，實際及大型之問題 (Large-scale Problem) 於求解時的主要問題乃當問題量 (Problem Size) 增加時，最佳解法之計算時間一般會以指數方式增加 (Exponential Growth in Computational Time)，其求解時間過長乃實務上所無法接受。因此，實際及大型 NP-complete 問題之求解，往往必須訴諸近似解法 (Approximation Algorithm)。文獻中關於 MCPP 之報告，可見後面參考文獻第 18 與 24 的說明；對於 WPP 之報告，可見參考文獻的第 16 與 31 的說明；對 RPP 之報告，則可見參考文獻的第 1、20、25、30 的說明。最近 Eiselt、Gendreau and Laporte 更針對網枝排程問題 (ARP) 做了一個完整的理論性及求解演算法之回顧。

3. 網枝排序問題

最後一個子問題乃 ASP (排序問題)。ASP 必須為擴增網路之網枝排定順序，俾使服務單位能依序行走，提供服務。如果沒有任何順序之限制，ASP 是一個很簡單之問題，最佳解法可見 Harry 及 Marshall 等人的研究。然而，當排序加上實際限制 (Realistic Constraints) 時，諸如最少迴轉 (U-turn) 或最少左轉 (Left Turn) 條件，ASP 即成為一較困難的最佳化問

題。ASP 之研究可參考文獻第 5、23、28 的說明。

ARP 不一定要分成三個子問題來處理，亦可直接當成一最佳化問題加以求解。此方面之研究乃為容量限制網枝排程問題（Capacitated Arc Routing Problem），已知著作包含，如 Golden and Wong、Pearn、Rousseau 等人的研究，但這些研究多半仍將問題細分成子問題，或是所提近似解法之計算時間冗長，往往只能解很小的問題，是實務上所無法採用的。

三、名詞定義及主要定理

網枝排程問題屬於網路最佳化 (Network Optimization) 的領域，網路最佳化所涉及之術語及作業研究方法相當繁多，本節在此僅就 ARP 相關術語及定理加以定義解說，以作為下節問題定義及解法說明的基礎。有興趣深入探討之讀者，可參考圖論 (Graph Theory)、組合最佳化 (Combinatorial Optimization) 或網路最佳化之相關書籍。

(一)網路及相關術語

任何道路系統均可以網路來代表，網路（Network）乃由網點（Node）及網枝（Arc）所構成，都市街道可以利用網點與網枝所構成的網路來表示，茲舉圖 1 為例說明相關術語。從圖 1 之網路上，可觀察到交叉路口均以數字編碼，例如位於中間位置之〈15〉。我們稱〈15〉為一網點，與網點比鄰之街道路段，例如〈15〉—〈8〉則稱為「網枝」。網枝可具方向性，例如代表單行道路之網枝指出車輛行駛之方向，而雙行道路可說是無方向性，亦即車輛可雙向行駛。依據網枝之方向性，網路可定義成三種類別，即有方向性網路（Directed Network）、無方向性網路（Undirected Network）、混合網路（Mixed Network）。

一般分析模式中在網枝上會定義若干「屬性」(Attributes)，以表達與網枝相關之資料。ARP 常用之網枝屬性有「網枝距離」(Arc Distance)、
「網枝服務需求」(Arc Service Demand)、
「網枝服務時間」

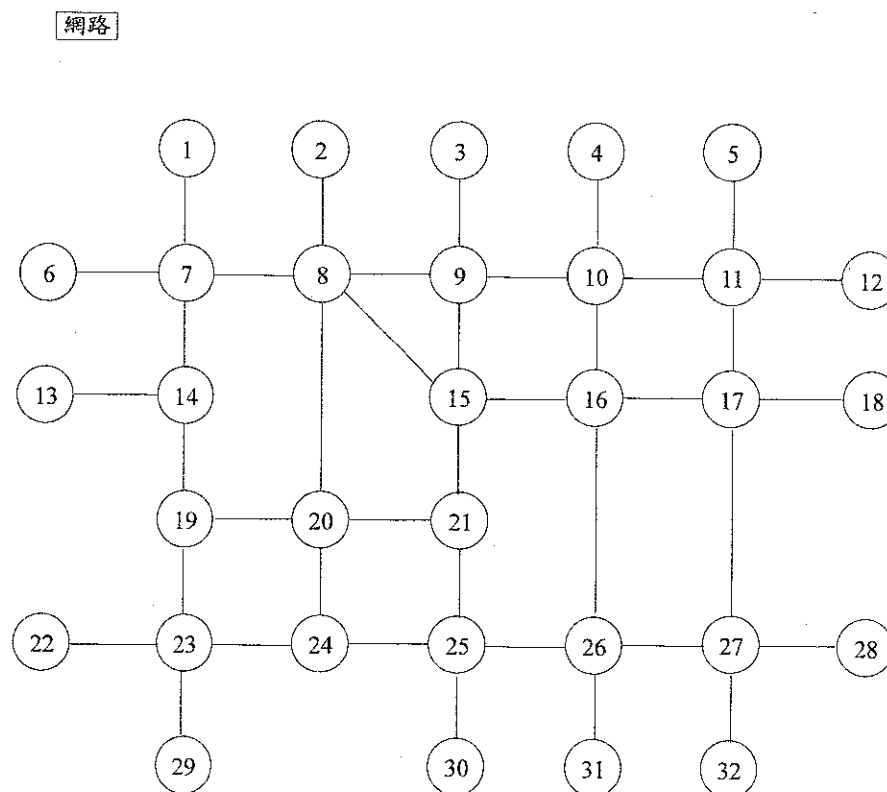
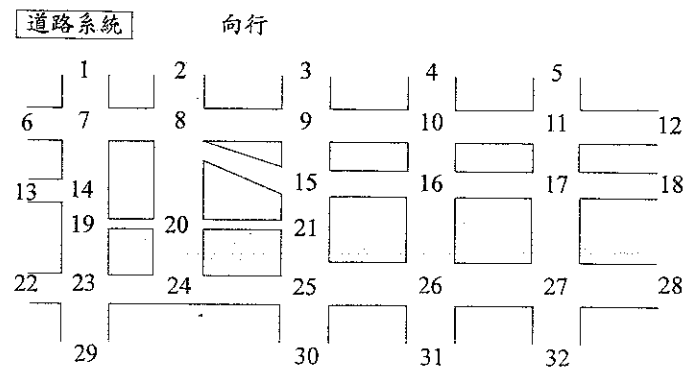
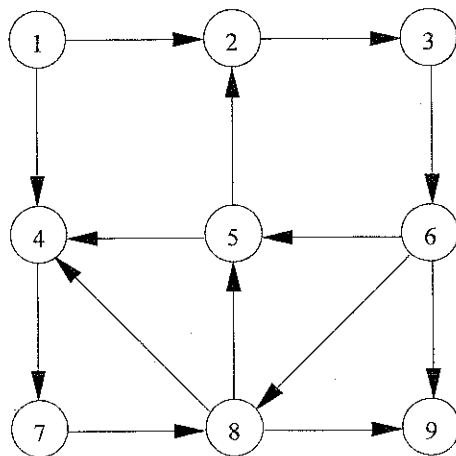


圖 1 道路系統與網路示意圖

(Arc Service Time) 以及「網枝旅行時間」(Arc Deadhead Time) 等。網點上亦定義有屬性，最主要乃網點座標係數(X,Y)及特有識別碼。若不考慮網枝之方向性，網路中之「網點平衡度」(Node Degree)相當於該網點比鄰之網枝數目。例如，在前例網路中，15網點之平衡度為4。如果網點平衡度為奇數，稱該網點具有「奇平衡度」(Odd Degree)；若為偶數，則具「偶平衡度」(Even Degree)。假如網枝之方向性納入考慮，則所有指向網點之網枝數目，稱為「指入平衡度」(Indegree of a Node)；所有指離網點之網枝數目，稱為「指出平衡度」(Outdegree of a Node)。網點平衡度差(Degree Deficit)等於指入平衡度與指出平衡度之差。有方向網路網點平衡度之計算，茲舉圖2為例說明如下：以第〈6〉網點為例，平衡度=4、指入平衡度=1、指出平衡度=3、平衡度差=-2。



以網點〈6〉為例：

平衡度=4

指入平衡度=1

指出平衡度=3

平衡度差=1-3=-2

圖2 網點平衡度計算簡例

兩網點之一路徑(Path)。如果該兩網點為相異之兩網點，稱此路徑為開路徑(Open Path)；如果相同，則稱閉路徑(Closed Path)。一個簡單路徑(Simple Path)除起始及終止網點外，其他在路徑上之網點均具獨特性(Distinct)。任何閉路徑亦稱為一途程(Route)。

網路之連結度(Connectivity)乃指網路中網點與網點間可否藉路徑連結之程度。假如不考慮網路中網枝之方向性，若網路中任何兩網點間皆存在路徑，此乃為連結的(Connected)；但若任何相異兩網點間，不存在任何路徑，則此網路乃為不連結的(Disconnected)。假如方向性納入考慮，如網路任一網點至任何其他網點均存在路徑，稱此網路為強連結的(Strongly Connected)。

在求解ARP時，代表真實街道系統之網路，其網枝往往須重複旅行。每重複旅行一次，即可於原網路中擴增一平行的新網枝，亦即網路是可擴增的(Augmentable)。所有服務網枝(Service Arcs)及相關網點所形成之網路將稱為服務網路(Service Network)。服務網路可與強連結網路相同，但也可為強連結網路之子網路。所以，強連結網路亦被稱為底基網路(Underlying Network)，換言之，服務網路可由底基網路中衍生(Derived)。所有服務網枝均定義一服務成本(Service Arc Cost)，所有底基網路則定義一旅行成本(Deadhead Arc Cost)，乃為車輛行經該網枝而不提供服務所產生之成本，所有此類網枝將稱為旅行網枝(Deadhead Arcs)。網枝服務成本與旅行成本一般均以時間表示，真實作業成本包括人員工資、車輛折舊、油費等，一般均假設與旅行時間成比例。因此，以時間代表網枝上之成本為合理之處理，這也是實務界一般之作法。

(二)重要定理

任一連結網路(Connected Network)上，如能尋得一閉路徑，行經所有網枝一次且僅一次，該閉路徑即稱尤勒路徑(Euler Path)或尤勒途程(Euler Route)。如果一網路中存在尤勒途程，則稱此網路為尤勒網路(Eulerian Network)。尤勒途程存在與否，可經幾個圖論中眾所皆知之定理加以判斷。以下三定理說明尤勒途程存在之充要條件。有興趣深入探討之讀

網路中任何兩網點如能以連續網枝連結起來，這些連續網枝乃構成該

者，請參考 Ford and Fulkerson 之分析。

定理一：在一有方向網路中，尤勒途程存在之充要條件有二：

- (1) 該網路為強連結的。
- (2) 所有網點平衡度差均為零。

定理二：在一無方向網路中，尤勒途程存在之充要條件有二：

- (1) 該網路為連結的。
- (2) 所有網點均具偶平衡度。

定理三：在一混合網路中，如下列條件均滿足，則該網路存在尤勒途程：

- (1) 該網路為強連結的。
- (2) 所有網點均具偶平衡度。
- (3) 令 N 代表所有網枝的集合， X 代表 N 之非空集合子集合， $N-X$ 為 X 之差集，且 X 至少包含一有方向網枝。則從 X 到 $N-X$ 之有方向網枝數目扣除從 $N-X$ 到 X 之有方向網枝數目必須小於或等於連結 X 與 $N-X$ 之無方向網枝數目。

四、問題定義

多車網枝排程問題 (Vehicle Arc Routing Problem, VARP) 定義如下：

「在一強連結網路中，為一定數目之車輛設定最小總成本途程，俾各途程可提供服務予所有需求服務之網枝」。單車網枝排程問題 (Single Vehicle Arc Routing Problem, SVARP) 為「在一強連結網路中，為單一車輛設定最小總成本途程，俾提供服務予所有需求服務之網枝」。單車網枝排程問題可就其底基網路及服務之特性，亦即其網路「連結度」(Network Connectivity) 及網枝之「方向性」(Arc Directionality) 而區分成不同類型，依 Su 之分類方式，共可歸納成 27 類，其中有不少類型乃典型作業研究文獻中談及之郵差問題。27 類中，僅有 4 個問題屬 Polynomial，其餘 23 類均為 NP-Complete 問題類型。在實務上，絕大部分之網枝排程問題均為較困難之 NP-Complete 問題類型。本文第一節案例 2 即為作者參與之一研究案，該問題屬最複雜之一類，在解法設計上須考慮其執行上之時效，而需訴諸

以最佳化為基礎之近似解法 (Optimization-Based Heuristics)。

不同之應用環境，ARP 一般具有不同之服務特質。例如郵差送信問題。郵差自郵局出發時，帶了整車 (或整袋) 的信件、包裹，當他/她行畢途程，所有信件均已遞送，車輛將為空車。垃圾蒐集問題，車輛出發時是空車；完成服務後，滿車之垃圾。最後讀表問題及警察 (警車) 巡邏問題，均不需帶出、帶進任何物品。下一章節將綜述解決 ARP 之方法，作者將假定所有車輛之容量相同。關於不同容量車輛之情況，可依車輛容量相同之方法加以修訂，本章將不進一步說明。

五、模式構建與求解演算法

關於 ARP 三個子問題之解法，已在第二節中做簡單的介紹。以下將依序進一步說明各個子問題之解法。必要時將提供數學模式解說。如前所述，ARP 可依據網路之方向性、連結性或成本特質細分成不同問題加以闡述，有關之深入探討，請參考相關研究 (文獻參考第 30 的說明)。

(一) 網枝區隔問題

假定 ARP 所需規劃之車輛數目為 K ，VARP (多車網枝排程問題) 首先須將服務網路區隔成 K 個子網路 (亦稱作業網路)，每一個作業網路各由一車輛加以服務。每個作業網路的 ARP 則成為 SVARP (單車網枝排程問題)。

網枝區隔問題求解之兩個主要原則乃地域性及平衡性之考慮。在地域性方面，同一作業網路之網枝，應儘量考量聚集在同一地域，否則在下一子問題，即網路擴增問題求解時，將會得到十分不理想之途程。在平衡性方面，各作業網路中所有網枝之服務量總和，應該相等或近似。這是公平原則之遵循，每輛車所承擔之工作量應該相當接近，否則將會造成待遇不公、超時工作之不良結果。Bodin and Levy 曾就網枝區隔問題加以研究，並提供一啟發式解法。

(二) 網枝擴增問題

單車 AAP 乃設法在作業網路上擴增旅行網枝，俾形成一尤勒途程，選擇旅行網枝之原則為最小旅行網枝總成本。早期學者泛稱之郵差問題研究，曾對 AAP 有深入探討，並得到很好的結果。以下僅就幾個典型的 AAP 類型進一步說明，其他 AAP 類型之解法，往往植基於這幾個典型問題之解法。

1. 有方向中國郵差問題 (DCPP) 之 AAP

(1) DCP 之 AAP 定義

DCPP 乃在一有方向強連結網路中，為一車輛尋求最小成本途程，俾便該途程行經強連結網路所有網枝至少一次。DCPP 之底基網路與作業網路相同，且網枝服務成本並不影響最後解答，所以只需要網枝旅行成本之資料。

DCPP 之 AAP 則在尋求最小總成本之旅行網枝，並將作業網路擴增成一尤勒網路。DCPP 之 ASP (排序問題) 則在為 AAP 求得之尤勒網路尋得一尤勒途程。

(2) DCP 之 AAP 整數線性規劃模式

令 $G: (N, A)$ 為底基網路

$N = \{1, 2, \dots, N\}$ = 網點集合

$A = \{(i, j) | i, j \in N\}$ = 網枝集合

$C = \{C_{ij} | (i, j) \in A\}$ = 網枝旅行成本集合

$d(i) = \text{indegree}(i) - \text{outdegree}(i), \forall i \in N$

X_{ij} = 底基網路網枝 (i, j) 擴增次數

DCPP 之 AAP 整數線性規劃模式如下：

$$\begin{aligned} \min. & \sum_{(i,j) \in A} C_{ij} X_{ij} \\ \text{s.t.} & \sum_{j: (i,j) \in A} X_{ij} - \sum_{j: (j,i) \in A} X_{ji} = d(i), \quad \forall i \in N \\ & X_{ij} \text{ 為整數, 且 } \geq 0 \end{aligned} \quad (1)$$

(3) 解法

DCPP 之 AAP，一般循下列步驟取得擴增網路：

① 計算網點平衡度差 $d(i), \forall i \in N$ 。

② 建立整數線性規劃模式如(2)中所述，並求解取得解答。當解答 $X_{ij} > 0$ ，表示底基網路網枝 (i, j) 擴增次數。

注意該整數線性規劃乃為典型作業研究問題，最小成本網路流量問題 (Minimum Cost Network Flow Problem) 已有很好的解法可供求解。

③ 令 $A_s = \{(i, j)_1, (i, j)_2, \dots, (i, j)_{X_{ij}} | \forall X_{ij} > 0\}$

④ 擴增網路 $(N, A + A_s)$ 乃一有方向尤勒網路。

(4) 例題

如圖 3 所示之網路乃一 DCP 之作業網路，網枝上之數字代表網枝旅行成本，請找出最佳擴增網路。

解法步驟：

① $d(1) = d(3) = d(4) = d(6) = 0, d(2) = -1, d(5) = 1$

② 建立整數線性規劃模式，並尋得解答。

$$\min. Z = 2X_{12} + 3X_{23} + 5X_{25} + 6X_{34} + 4X_{45} + 4X_{56} + 7X_{61}$$

$$\text{s.t. } X_{12} - X_{61} = 0$$

$$X_{23} + X_{25} - X_{12} = -1$$

$$X_{34} - X_{23} = 0$$

$$X_{45} - X_{34} = 0$$

$$X_{56} - X_{25} - X_{45} = 1$$

$$X_{61} - X_{56} = 0$$

$$X_{ij} \geq 0 \text{ 且為整數}$$

$$\text{解答: } X_{56} = X_{61} = X_{12} = 1$$

$$X_{23} = X_{34} = X_{45} = X_{25} = 0$$

③ $A_s = \{(5, 6), (6, 1), (1, 2)\}$ ，

④ $(N, A + A_s)$ 乃一尤勒網路，解答如圖 4 所示。

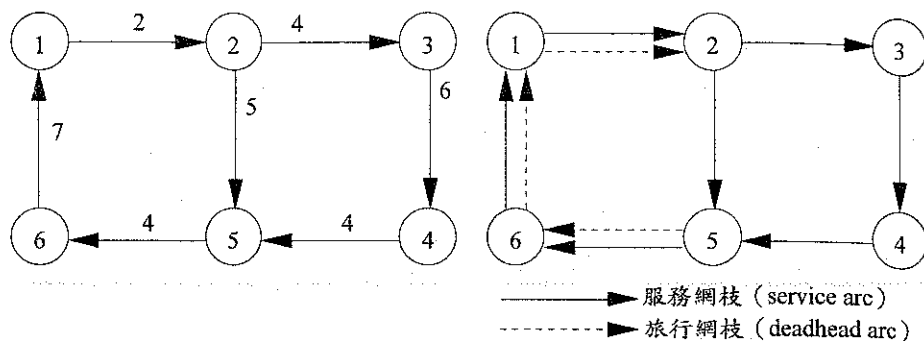


圖 3 DCP 之作業網路例題

圖 4 DCP 之作業網路例題之解答

2. 無方向中國郵差問題之 AAP

(1) UCPP 之 AAP 定義

UCPP 乃在一無方向連結網路中，為一車輛尋求最小成本途程，俾便此途程行經所有網枝。UCPP 之底基網路與作業網路相同，同時網枝服務成本並不影響最後解答，所以只需要網枝旅行成本資料。

UCPP 之 AAP 則在尋求最小總成本之旅行網枝，並擴增作業網路成一尤勒網路。

(2) UCPP 之 AAP 整數線性規劃模式

令 $G: (N, E)$ 為一無方向連結網路

$\{N = 1, 2, \dots, n\}$,

$E = \{(i, j) | i, j \in N\}$ ，注意 (i, j) 與 (j, i) 代表相同之網枝

$C = \{C_{ij} = C_{ji} | (i, j) \in E\}$ ，

X_{ij} = 底基網枝使用之次數，包括服務與旅行網枝

UCPP 之 AAP 整數線性規劃模式如下：

$$\begin{aligned} \min, & \sum_{(i,j) \in E} C_{ij} X_{ij} + C_{ji} X_{ji} \\ \text{s.t.} & X_{ij} + X_{ji} \geq 1 \\ & \sum_{j: (i,j) \in E} X_{ij} - \sum_{j: (j,i) \in E} X_{ji} = 0 \end{aligned}$$

$X_{ij} \geq 0$ 且為整數

(3) UCPP 之 AAP 解法

UCPP 之 AAP 一般解法可依循下列步驟：

① 尋得所有奇平衡之網點，其數目必為偶數。

② 建立一完全網路 (N_i, E_i) 具如下特質：

$N_i = \{\text{所有奇平衡度網點}\}$

$E_i = \{(i, j) | i, j \in N_i, i \neq j\}$

$C'_i = \{C'_{ij} = i \text{ 到 } j \text{ 之底基網路最短路徑成本} | (i, j) \in E_i\}$

③ 在 (N_i, E_i) 中，求得最小成本完全匹配問題 (Minimum Cost Perfect Matching Problem)。

(令解答網枝集合為 M) 令 $y_{ij} = 1$ ，如果 (i, j) 在配對解答中； $y_{ij} = 0$ ，如果 (i, j) 不在配對解答中；則最小成本完全匹配問題之整數線性規劃模式如下：

$$\begin{aligned} \min, & \sum_{(i,j) \in E_i} C'_{ij} y_{ij} \\ \text{s.t.} & \sum_{j: (i,j) \in E_i} y_{ij} = 1, \forall i \in N_i \\ & y_{ij} \in \{0, 1\}, \forall (i, j) \in E_i \end{aligned}$$

此處 $|N_i|$ 為偶數， $|M| = |N_i|/2$

④ 若 $(i, j) \in M$ ，為每一 (i, j) 求得相對最短路徑之網枝集合， $P = \{(k, l) | (k, l) \in E \text{ 且 } (k, l) \text{ 在 } i \text{ 到 } j \text{ 之最短路徑上}\}$ 。令 $E_2 = \text{所有 } P \text{ 之聯集}$ 。

⑤ 擴增網路 $(N, E + E_2)$ 即為一無方向尤勒網路。

(4) 例題

下列圖 5 中之網路乃一 UCPP 之作業網路，網枝上之數字代表網枝旅行成本，請找出最佳擴增網路。

解法步驟：

① 偶平衡度網點， $d(1) = d(3) = d(7) = 2$

奇平衡度網點， $d(2) = d(4) = d(5) = d(6) = 3$

② 建立完全網路 (N_i, E_i) ，如圖 6 所示。

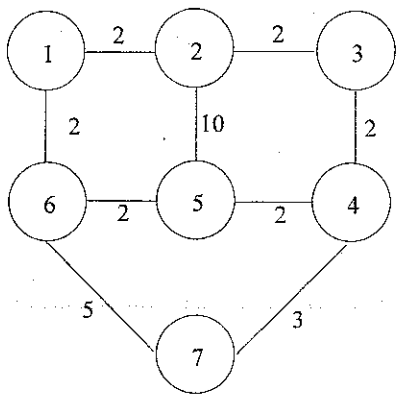


圖 5 UCPP 之作業網路例題

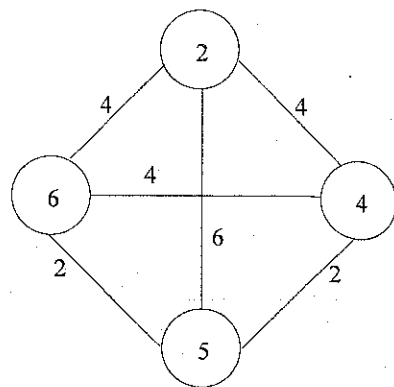


圖 6 UCPP 之作業網路例題之完全網路

$$N_1 = \{2, 4, 5, 6\}$$

$$E_1 = \{(2,4), (2,5), (2,6), (4,5), (4,6), (5,6)\}$$

C_{ij} 列於圖 6 網路之網枝上。

③在 (N_1, E_1) 中求得最小成本完全配對解答 M 。

$$\min. Z = 4y_{24} + 6y_{25} + 4y_{26} + 2y_{45} + 4y_{46} + 2y_{56}$$

$$\text{s.t. } y_{24} + y_{25} + y_{26} = 1$$

$$y_{24} + y_{45} + y_{46} = 1$$

$$y_{25} + y_{45} + y_{56} = 1$$

$$y_{26} + y_{46} + y_{56} = 1$$

$$y_{ij} \in (0, 1), (i, j) \in E_1$$

解答： $y_{26} = y_{45} = 1$ ，其他 $y_{ij} = 0$

$$M = \{(2,6), (4,5)\}$$

$$\textcircled{4} (2,6) \in M \Rightarrow P_1 = \{(2,1), (1,6)\}$$

$$(4,5) \in M \Rightarrow P_2 = \{(4,5)\}$$

$$E_2 = P_1 \cup P_2 = \{(2,1), (1,6), (4,5)\}$$

⑤ $(N, E + E_2)$ 為一尤勒網路，如圖 7 所示。

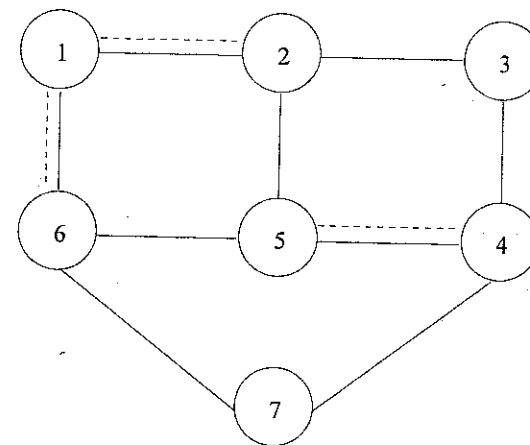


圖 7 UCPP 之作業網路例題之解答

3. 混合中國郵差問題

(1) MCPP 之 AAP 定義

MCPP 乃在一混合強連結網路中，為一車輛尋求最小總成本途程，俾此途程可行經所有網枝至少一次。MCPP 已由 Papadimitriou 證明為 NP-Complete。因此之故，MCPP 一般均以近似解法求解。在此，作者將介紹一近似解法，基本上，該法先解決一有方向之 AAP，而後再解決一無方向之 AAP。

(2) MCPP 之 AAP 整數線性規劃模式

令 $G: (N, A, E)$ 為一混合強連續網路

N = 網點集合

A = 有方向網枝子集合

E = 無方向網枝子集合

$C = \{C_{ij} = i \text{ 到 } j \text{ 之底基網路最短路徑成本} \mid (i, j) \in A \text{ 或 } (i, j) \in E\}$

MCPP 之 AAP 整數線性規劃模式如下：

$$\min. \sum_{(i,j) \in A} X_{ij} + \sum_{(i,j) \in E} Y_{ij}$$

$$\text{s.t. } X_{ij} > 1, \forall (i,j) \in A$$

$$(Y_{ij} + Y_{ji}) > 1, \forall (i,j) \in E$$

$$\sum_{j: (i,j) \in A} X_{ij} + \sum_{j: (j,i) \in E} Y_{ji} - \sum_{j: (i,j) \in A} X_{ji} - \sum_{j: (j,i) \in E} Y_{ji} = 0, \forall i \in N$$

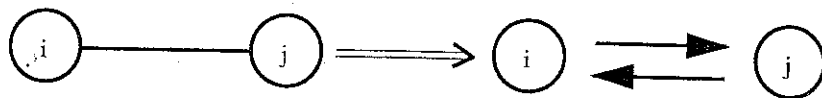
$$X_{ij}, Y_{ij} \geq 0 \text{ 且為整數}$$

(3) 解法

MCPP 之 AAP 之一近似解法步驟如下：

① 建立一新網路如下：

將原混合網路中每一無方向網枝，以兩有方向網枝取代。



② 在此一新網路中解 DCP 之 AAP，令所得旅行網枝集合為 A_d 。

步驟①及②將平衡原混合網路之有方向網枝子網路。任何 $(i,j) \in E$ 且 (i,j) 或 $(j,i) \in A_d$ ，表示該無方向網枝在①、②步驟中已被旅行，且可能旅行次數超過 1 次，甚至旅行之方向可能不同。此外，令 $E' = \{(i,j) | (i,j) \in E \text{ 且 } (i,j) \text{ 或 } (j,i) \in A_d\}$ 。

③ 建立一無方向網路 $(N, E-E')$ 此子網路代表所有尚未旅行之無方向服務網枝。注意 $(N, E-E')$ 可能是不連結的。

④ 在 $(N, E-E')$ 上解 URPP 之 AAP。令所得旅行網枝所成之集合為 E_1 。URPP 乃指無方向郊區郵差問題。我們可以在每一連續之子網路上解 UCPP 之 AAP 即可得一近似解。

⑤ $(N, A+A_d, E+E_1)$ 為一尤勒網路。

(4) 例題

圖 8(A) 所示之網路乃一 MCPP 之作業網路，依前述定義： $G: (N, E, A)$ ； $E = \{\text{所有無方向網枝}\}$ ， $A = \{(4,5), (5,6)\}$ ，網枝上之數字代表網枝旅行成本，請找出最佳擴增網路（此處，因使用近似解法，所得解答可能只是一可行解，而非最佳解答）。

近似解法步驟如下：

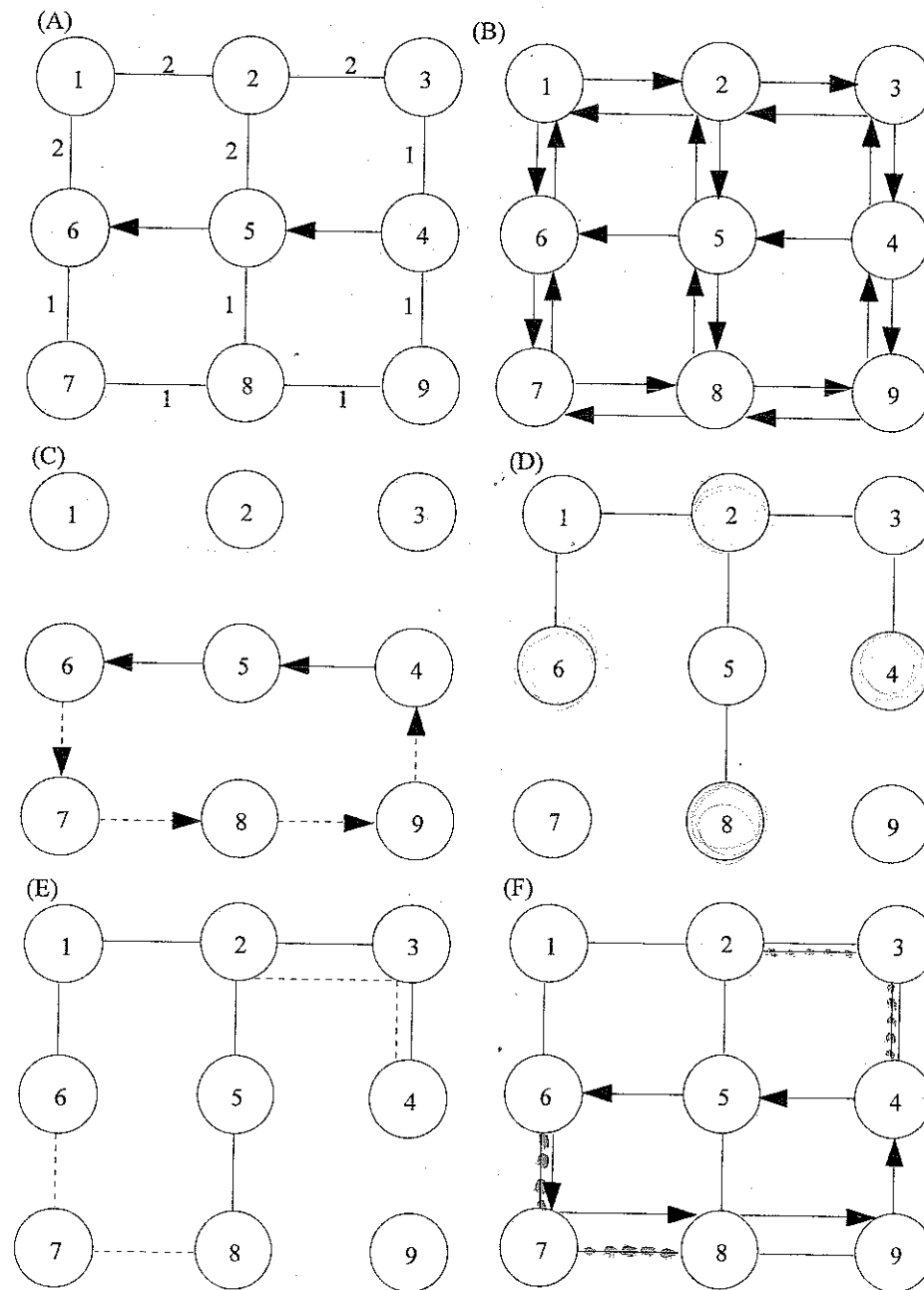


圖 8 MCPP 作業網路例題及解答過程

①建立一有方向網路，如圖 8(B)所示。

②在上列網路中解 DCP 之 AAP

解答： $A_d = \{(6,7), (7,8), (8,9), (9,4)\}$ ， $E' = \{(6,7), (7,8), (8,9), (9,4)\}$

此處 $A_d = E'$ 。平衡後之原混合網路有方向子網路與解答，如圖 8(C)所示。

③ $(N, E - E')$ 如圖 8(D)所示。

④解上述網路 UCPP，

解答： $E_1 = \{(2,3), (3,4), (6,7), (7,8)\}$ ，如圖 8(E)所示。

⑤ $(N, E + E_1, A + A_d)$ 乃為一尤勒網路，如圖 8(F)所示。

以上定義三個不同類型之 AAP，同時對各 AAP 之整數規劃模式及解法加以闡述，並舉例說明。這幾個類型乃 AAP 之基本類型，關於 AAP 之研究機會仍相當多。

(三) 網枝排序問題

網枝排序問題 (ASP) 乃在為 AAP 所得之尤勒網路之所有網枝排定旅行次序。ASP 所得之解答即為一作業網路之途程。

任何尤勒網路均存在許多尤勒途程。當 ASP 沒有任何限制條件時，有很快的解法可尋得一尤勒途程，該法可在許多圖論參考書中找到（參考文獻第 17-27）。然而，依據簡易方法尋得之尤勒途程往往包含許多不理想的轉彎。例如 U 型迴轉或不良之左轉，在實際作業上必須儘量避免。當加上這些限制條件後，ASP 就變成較困難之作業研究問題。

ASP 之解法可依其方向性及是否有限制條件加以區別，作者在此僅就無限制條件有方向 ASP 之排序方法說明之。關於無方向 ASP 之解，請參見參考文獻 28，混合方向 ASP 則尚無參考資料。

以下解法可在一無限制條件有方向尤勒網路中，找到一尤勒途程。

(1) 選擇網路上任何一網點為起始網點。

(2) 自起始網點出發，尋得一簡單閉路徑，此一簡單閉路徑 (Simple Cycle) 乃為一未完成之途程 (Partial Route)。

(3) 自起始網點出發，旅行目前未完成之途程。當遇到尚有臨近網枝

(Adjacent arc) 不包含在未完成途程上之第一個網點時，自此一網點脫離 (Branch out) 未完成途程，依尋不包含在未完成途程之網枝，完成一簡單路徑，而後自脫離網點再完成未完成途程之旅行。如此，我們得到一新的未完成途程。

(4) 重複第(3)步驟，直到所有網枝均包含在途程中。此包含所有網枝之途程即為尤勒途程。

現在我們舉一例，說明上述解法；下列圖 9 之尤勒網路中請尋一尤勒途程。

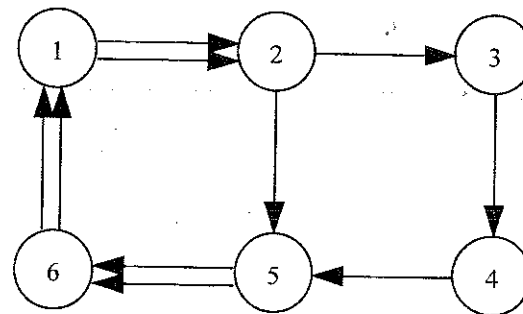


圖 9 尤勒網路找尋尤勒途程簡例

無限制條件有方向 ASP 解法步驟：

(1) 取起始點網點為〈1〉。

(2) 自〈1〉出發，尋得第一個簡單閉路徑（見圖 10(a)），此為一未完成途程。

(3) 自〈1〉出發，旅行目前未完成途程。在脫離網點〈2〉，脫離未完成途程，完成一簡單的閉路徑，虛線表示新增閉路徑（見圖 10(b)）。依此，繼續旅行所餘途程。

(4) 第(3)步驟所得途程包含所有尤勒網路之網枝，該途程為所求解答尤勒途程。尤勒途程可描述如下：

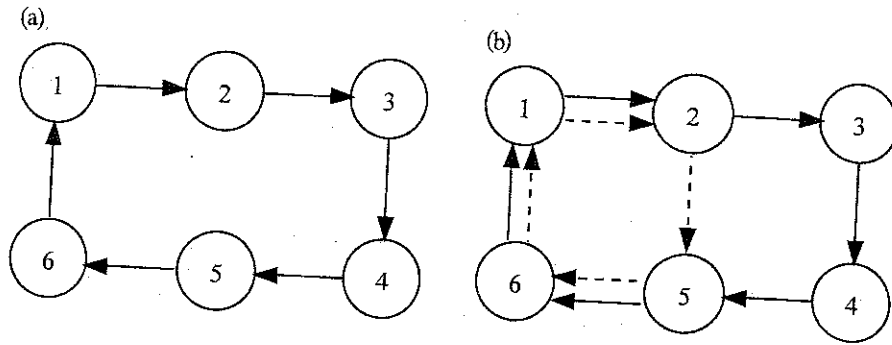


圖 10 尤勒網路找尋尤勒途程之簡單閉路徑與新增閉路

途程開始：

- 自 1 出發，抵 2；
- 自 2 出發，抵 5；
- 自 5 出發，抵 6；
- 自 6 出發，抵 1；
- 自 1 出發，抵 2；
- 自 2 出發，抵 3；
- 自 3 出發，抵 4；
- 自 4 出發，抵 5；
- 自 5 出發，抵 6；
- 自 6 出發，抵 1；途程完成。

六、現況與未來展望

運輸上的許多課題均需在網路上進行探討，網枝排程問題及許多相關網路最佳化問題的發展，正足以說明網路研究與應用的特性及其對運輸研究的重要性。

基於國內對 ARP 研究及應用十分不足之考量下，本章乃以文獻回顧

為主，並僅就三個基本 ARP 類型之整數規劃模式及解法加以闡述，並舉例說明。目的乃在以本章為一基礎，期望引發學界對 ARP 之研究與應用產生興趣，進而投入研究資源。實務上絕大多數 ARP 問題類型屬 NC-Complete，所以，關於 ARP 之研究機會仍相當多。

欲成功應用網枝排程問題於實務，首在瞭解應用環境，俾便清楚描述、建立相關街道網路系統，使用正確有效之解法，尋得最節省成本，且遵循作業及勞工規範之途程。目前在美國許多公、私營機構，諸如郵局、地方政府環保單位、大型電力及瓦斯公司，其網枝排程作業系統電腦化（或稱自動化）已相當常見。電腦化所能帶給公司之利益，除成本節省外，更能提高作業及途程規劃之生產力，產生高品質之途程表。

美國在網枝排程系統電腦化之進展，歸功於三個因素：第一，美政府普查局（Census of Bureau）為便利其普查作業，所大力發展各城市及地理區域之地理資料庫（TIGER File），一般人可以成本價輕易購得。該資料庫之用處，乃在其將所有街道及重要地理區加以定位（Geocoding），如此電腦可輕易將城市、地理區顯示在電腦銀幕，而得到近似地圖之資訊，因而提昇區域規劃、運輸系統管理之生產力及便利性。第二個因素乃地理資訊系統（Geographic Information System）軟體開發成功，可由工作人員輕易操作、修正（即 User friendly），因而普遍受到採用。最後一因素乃網枝排程問題相當繁複，且因應用環境而異，所需之有效解法十分重要；在工業界及學術界基於互益原則而進行之多項合作研究計畫，使 ARP 之定義及不同類型問題之有效解法有許多突破性的發展，再加上電腦硬體技術突飛猛進，更促成「演算法研究」（Algorithmic Study）之快速發展。總體而言，惟在有效解法與地理資訊系統之結合下，網枝排程系統電腦化始能成功地產生。

台灣地區郵政、電力、瓦斯公司、公共衛生及環保單位亦面對日益繁複之日常作業問題，如能研發適用的網枝排程系統，必能提昇作業效率及生產力。末了，作者期許國內學者專家可更深一層去思考，除了提昇網路研究之研究品質外，更應尋求一有效機制，使網路最佳化技術可有效導入實務問題之處理。

參考文獻

1. Ball, M. O. and Magazine, M. J., "Sequencing of Insertions in Printed Circuit Board Assembly", *Operations Research*, Vol.36, No. 2., pp.192-201, 1988.
2. Beltrami, E. J. and Bodin, L. D., "Networks and Vehicle Routing for Municipal Waste Collection", *Networks*, Vol. 4, pp.65-94, 1974.
3. Bertsekas, D. P. and Tseng, P., "The RELAX Codes for Linear Minimum Cost Network Flow Problem", *Annals of Operations Research*, Vol. 13, pp.125-192, 1988.
4. Bodin, L. D. and Levy, L. "The Arc Partitioning Problem", Research Report, MS/S 89-027, College of Business and Management, University of Maryland, December 1989.
5. Bodin, L. D. and Kursh, S. J. "A Computer-Assisted System for the Routing and Scheduling of Street Gweepers", *Operations Research*, Vol. 26, No. 4, pp. 525-537, July-August 1978.
6. Bodin, L. D., "20 Years of Routing and Scheduling", Research Report, MS/S 89-026, College of Business and Management, University of Maryland, December 1989.
7. Bodin, L. D., Fagan, G., Węleby, R. and Greenberg, J., "The Design of a Computerized Sanitation Vehicle Routing and Scheduling System for the Town of Oyster Bay, New York", MS/S 88-005 College of Business and Management, University of Maryland, December 1989.
8. Bodin, L. D., "A Taxonomy Structure for Vehicle Routing and Scheduling Problem", *Comput. & Urban Soc.*, Vol. pp.11-29, 1975.
9. Bodin, L. D., Golden, B., Assad, A. and Ball, M., "The State of the Art in the Routing and Scheduling of Vehicles and Crews", College of Business and Management, University of Maryland, UMTA-SKED URT41-81-1, September 1981.
10. "The Age of the Intelligent Super Map- The Smart Way to Manage Land, Facilities, and People", *Business Weeks*, pp.69-78, July 1991.
11. Edmonds, J. and Johnson, E. L., "Matching, Euler Tours and the Chinese Postman", *Mathematical Programming*, Vol. 55, pp.88-124, 1973.
12. Ford, L. R. and Fulkerson, D. R., *Flows in Networks*, Princeton University Press, Princeton, NJ, 1962.
13. Frederickson, G. N., "Approximation Algorithm for Some Postman Problem", *Journal of ACM*, Vol. 23, No. 3, pp.538-554, 1979.
14. Garey, R. M. and Johnson, D. S., *Computers and Intractability - A Guide to the Theory of NP-Completeness*, W. H. Freeman and Company, New York, 1979.
15. Goglen, B. L. and Wong, R. T., "Capacitated Arc Routing Problem", *Networks*, Vol. 11, pp.305-315, 1981.
16. Guan, M., "On the Windy Postman Problem", *Discrete Applied Mathematics*, Vol. 9, pp.41-46, 1984.
17. Harary, F., *Graph Theory*, Addison- Wesley, MA, 1969.
18. Kappauf, C. H. and Koehler, G. J., "The Mixed Postman Problem", *Discrete Applied Mathematics*, Vol. 1, pp.273-277, 1962.
19. Kwan, M., "Graphic Programming Using Odd or Even Points", Translated in *Chinese Math*. Vol. 1, pp.273-277, 1962.
20. Lenstra, J. K. and Rinnooy Kan, A. H. G., "Complexity of Vehicle Routing and Scheduling Problems", *Networks*, Vol.11, pp.221-227, 1981.
21. Leny, L. and Bodin, L. D., "Scheduling the Postal Carriers for the United States Postal Service : An Application of Arc Partitioning and Routing", *Vehicle Routing : Methods and Studies*, Elsevier Science Publishers, Noryh-Holland, 1988.
22. Marshall, C., W., *Applied Graph Theory*, Wiley Interscience, NY, 1971.
23. McBride, R., "Controlling Left and U-turns in the Routing of Refuse Collection Vehicles", *Computer & Operations Research*, Vol. 9, No. 2, pp.145-154, 1982.
24. Minieka, E. "The Chinese Postman Problem for Mixed Networks", *Management Science*, Vol. 25, No. 7, pp.643-648, 1979.
25. Orloff, C. S., "A Fundamental Problem in Vehicle Routing", *Networks*, Vol. 4, pp. 35-64, 1974.
26. Papaimitriou, C. H., " On the Complexity of Edge Traversing", *Journal of ACM*, Vol. 23, No.3, pp.544-554, 1976.

27. Pearn, W. L., "New Lower Bounds for the Capacitated Arc Routing Problem", *Networks*, Vol. 18, pp.181-191, 1988.
28. Roy, S. and Rousseau, J. M., "The Capacitated Canadian Postman Problem", *INFOR*, Vol. 27, No.1, pp.58-73, 1989.
29. Stern, H. L. and Dror, M., "Routing Electric Meter Readers", *Computer & Operations Research*, Vol. 6, pp.209-233, 1979.
30. Su, S. I., "The General Postman Problem : Models and Algorithms", Ph.D. Dissertation, University of Maryland at College Park, MD, 1992.
31. Win, Z., "On the Windy Postman Problem on Eulerian Graphs", *Mathematical Programming*, Vol. 44, pp.97-112, 1989.
32. Wunderlich, J., Collette, M., Levy, L. and Bodin, L. D., "Scheduling of Meter Readers for Southern California Gas Company", Working Paper, College of Business and Management, University of Maryland, March 1991.
33. Zanakis, S. H. and Evans, J. R., "Heuristic Optimization : Why, When and How to Use It", *Interfaces*, Vol. 11, No.5, pp.84-90, October 1981.
34. TIGER: A Primer for Planner, PAS Report 436, American Planning Association, 1991.
35. Eiselt, H.A., Gendreau, M., and Laporte, G., "Arc Routing Problems, Part I: The Chinese Postman Problem," *Operations Research*, Vol.43, No.2, pp.231-242, 1995.
36. Eiselt, H.A., Gendreau, M., and Laporte, G., "Arc Routing Problems, Part II: The Rural Postman Problem," *Operations Research*, Vol.43, No.2, pp.231-242, 1995.

Chapter 11

網路區位問題應用在車隊管理之探討

陳春益

國立成功大學交通管理研究所教授

林志鴻

國立成功大學交通管理研究所博士候選人

暨高苑技術學院講師

張蕙蘭

國立成功大學交通管理研究所碩士

- 一、前言 / 275
- 二、網路區位問題之分類 / 276
- 三、網路區位問題之基本模式 / 282
- 四、網路區位問題在車隊管理相關問題之應用 / 287
 - (一) 網路區位問題 (設施區位問題) 與車隊管理問題 / 287
 - (二) 車輛排程問題 / 290
 - (三) 車隊規模問題 / 292
 - (四) 區位——排程問題 / 293
 - (五) 多車次載運車輛排程問題 / 296