

ch2. 模擬範例

本章介紹一些模擬範例可由模擬表以手計算或試算表完成。

本章的模擬可以 3 steps 表示,

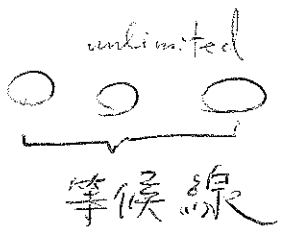
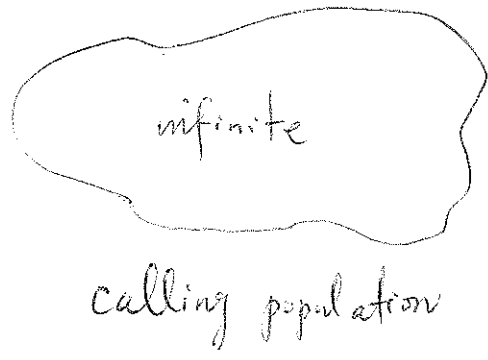
| Repetitions | Inputs | | | | Response |
|-------------|----------|----------|-----|----------|----------|
| | x_{i1} | x_{i2} | ... | x_{ip} | y_i |
| 1 | | | | | |
| 2 | | | | | |
| ⋮ | | | | | |
| ⋮ | | | | | |
| 1 | | | | | |

1. 決定模擬投入之特性, 通常可以一機率分配表示,
2. 建構模擬表。
3. 在每次運行, 產生投入之所有值, 並計算產出值。

(模擬表可借以瞭解離散系統運作, 藉以蒐集資料評估系統績效)

初步概念之介紹, 系統過於複雜, 則可能不合用

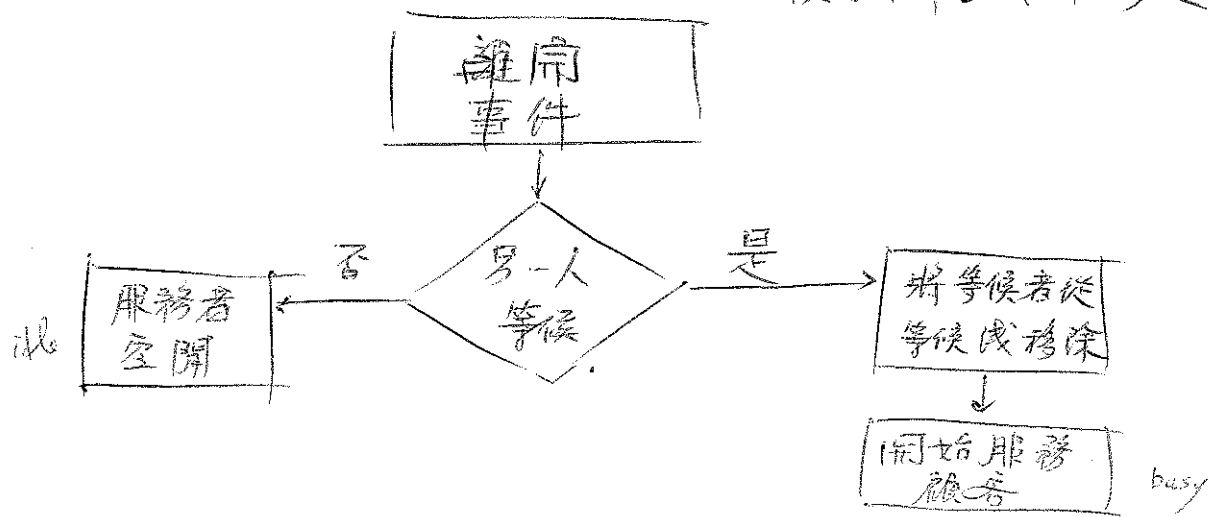
2.1 等候系統模擬

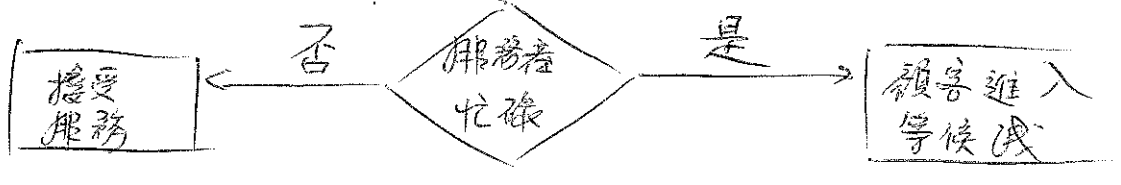


一等候系統由 calling population, 到達性質, 服務 $P1$
 裝置, 系統容量, 和等候準則敘述。在單一服務者
 (channel) 等候, calling population 是無限的, 也就是當一單
 位進入等候綫或接受服務, 到達率並不合隨之
 改變。到達以隨機方式產生, 每次一人到達。等
 候綫可以無限 (系統容量無限), 服務等候準則
 是 (FIFO)。

(state)
 系統狀態是在系統中單位數目 (顧客數目), 服務者之
 狀態, 例如是忙碌或空閒。事件 (event) 是一組 (環境
 情境) 引起在系統狀態立刻的改變。在單一服務者
 等候系統只有兩種事件會引起狀態改變, (1)
 到達和離開系統。simulation clock 模擬時鐘用以
 追蹤模擬的時間。

一顧客剛完成服務之流程圖





| | | Queue status | |
|---------------|------|--------------|---------------|
| | | Not empty | empty |
| Server status | Busy | Enter queue | Enter queue |
| | Idle | Impossible | Enter service |

到達者的可能行動

| | | Queue status | |
|-----------------|------|--------------|------------|
| | | Not empty | Empty |
| Server outcomes | Busy | //// | Impossible |
| | Idle | Impossible | //// |

完成服務後，服務者之可能結果(以 // 表示)變成空閒或繼續忙碌

上述這些動作如何在模擬時間內發生，一般均以記錄(event list)事件清單決定下一發生事件。(將在 ch3 介紹，到達與服務均是隨機的，Random Number 隨機亂數是介於 (0, 1) 間均勻分布，可在 FORTRAN, EXCEL (RAND()) 執行，

Table 2.2 到達時間間隔時鐘時間

| 顧客 | 到達時間間隔 | 到達時間 |
|----|--------|------|
| 1 | — | 0 |
| 2 | 2 | 2 |
| 3 | 4 | 6 |
| 4 | 1 | 7 |
| 5 | 2 | 9 |
| 6 | 6 | 15 |

Table 2.3 服務時間

| 顧客 | 服務時間 |
|----|------|
| 1 | 2 |
| 2 | 1 |
| 3 | 3 |
| 4 | 2 |
| 5 | 1 |
| 6 | 4 |

Table 2.4 模擬表強調時鐘時間

隨機產生

| 顧客 | 到達時間 (clock) | 開始服務時間 (clock) | 服務時間 duration | 結束服務時間 (clock) |
|----|-----------------|-------------------|------------------|-------------------|
| 1 | 0 | 0 | 2 | 2 |
| 2 | 2 | 2 | 1 | 3 |
| 3 | 6 | 6 | 3 | 9 |
| 4 | 7 | 9 | 2 | 11 |
| 5 | 9 | 11 | 1 | 12 |
| 6 | 15 | 15 | 4 | 19 |

Table 2.5 Chronological Ordering of Events

| Event Type | Customer Number | clock Time |
|------------|-----------------|------------|
| Arrival | 1 | 0 |
| Departure | 1 | 2 |
| A | 2 | 2 |
| D | 2 | 3 |
| A | 3 | 6 |
| A | 4 | 7 |
| D | 3 | 9 |
| A | 5 | 9 |
| D | 4 | 11 |
| D | 5 | 12 |
| A | 6 | 15 |
| D | 6 | 19 |

手寫完成

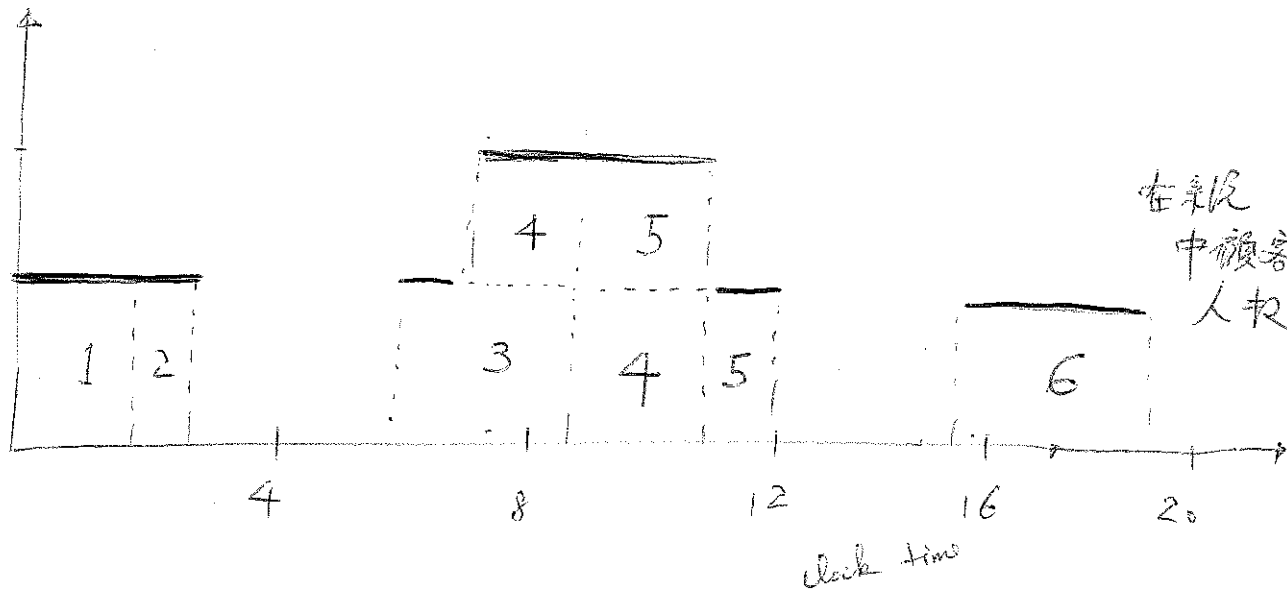
依時間先後順序
安排事件

是 discrete simulation
的基礎 (ch3 介紹)

顧客號碼不會依照順序

It's a visual image of the event list of Table 2.5

系統中顧客人數



在系統中顧客人數

— 小雜貨店只有一位結帳者。

| 到達時間間隔(分) | 機率 | 累積機率 | 隨機數字指派 |
|-----------|-------|-------|---------|
| 1 | 0.125 | 0.125 | 1-125 |
| 2 | 0.125 | 0.25 | 126-250 |
| 3 | 0.125 | 0.375 | 251-375 |
| 4 | 0.125 | 0.5 | 376-500 |
| 5 | 0.125 | 0.625 | 501-625 |
| 6 | 0.125 | 0.75 | 626-750 |
| 7 | 0.125 | 0.875 | 751-875 |
| 8 | 0.125 | 1 | 876-000 |

| 服務時間(分) | 機率 | 累積機率 | 隨機數字指派 |
|---------|------|------|--------|
| 1 | 0.1 | 0.1 | 1-10 |
| 2 | 0.2 | 0.3 | 11-30 |
| 3 | 0.3 | 0.6 | 31-60 |
| 4 | 0.25 | 0.85 | 61-85 |
| 5 | 0.1 | 0.95 | 86-95 |
| 6 | 0.05 | 1 | 96-00 |

本向題要模擬分析系統20位顧客的到達而接受服務

| 顧客 | 隨機數字 | 到達時間間隔 | 顧客 | 隨機數字 | 到達時間間隔 |
|----|------|--------|----|------|--------|
| 1 | — | — | 11 | 109 | 1 |
| 2 | 913 | 8 | 12 | 93 | 1 |
| 3 | 727 | 6 | 13 | 607 | 5 |
| 4 | 15 | 1 | 14 | 738 | 6 |
| 5 | 948 | 8 | 15 | 359 | 3 |
| 6 | 309 | 3 | 16 | 888 | 8 |
| 7 | 922 | 8 | 17 | 106 | 1 |
| 8 | 753 | 7 | 18 | 712 | 4 |
| 9 | 235 | 2 | 19 | 493 | 4 |
| 10 | 302 | 3 | 20 | 535 | 5 |

| 顧客 | 隨機數字 | 服務時間 | 顧客 | 隨機數字 | 服務時間 |
|----|------|------|----|------|------|
| 1 | 84 | 4 | 11 | 32 | 3 |
| 2 | 10 | 1 | 12 | 94 | 5 |
| 3 | 74 | 4 | 13 | 79 | 4 |
| 4 | 53 | 3 | 14 | 5 | 1 |
| 5 | 17 | 2 | 15 | 79 | 5 |
| 6 | 79 | 4 | 16 | 84 | 4 |
| 7 | 91 | 5 | 17 | 52 | 3 |
| 8 | 67 | 4 | 18 | 55 | 3 |
| 9 | 89 | 5 | 19 | 30 | 2 |
| 10 | 38 | 3 | 20 | 50 | 3 |

Table 2.10. Simulation Table for Queueing Problem

| A | B | C | D | E | F | G | H | I |
|----------|-----------------------------------|--------------------------|------------------------|-------------------------------|--|--------------------------|--|-------------------------------|
| Customer | Time Since Last Arrival (Minutes) | Arrival Time | Service Time (Minutes) | Time Service Begins | Time Customer Waits in Queue (Minutes) | Time Service Ends | Time Customer Spends in System (Minutes) | Idle Time of Server (Minutes) |
| 1 | - | 0 | 4 | 0 | 0 | 4 | 4 | 0 |
| 2 | 8 | $8 \leftarrow B_2 + c_1$ | 1 | $8 \leftarrow \max(c_2, G_1)$ | $0 \leftarrow E_2 - C_2$ | $9 \leftarrow E_2 + P_2$ | $1 \leftarrow G_2 - C_2$ | $4 \leftarrow E_2 - G_1$ |
| 3 | 6 | 14 | 4 | 14 | 0 | 18 | 4 | 5 |
| 4 | 1 | 15 | 3 | 18 | 3 | 21 | 6 | 0 |
| 5 | 8 | 23 | 2 | 23 | 0 | 25 | 2 | 2 |
| 6 | 3 | 26 | 4 | 26 | 0 | 30 | 4 | 1 |
| 7 | 8 | 34 | 5 | 34 | 0 | 39 | 5 | 4 |
| 8 | 7 | 41 | 4 | 41 | 0 | 45 | 4 | 2 |
| 9 | 2 | 43 | 5 | 45 | 2 | 50 | 7 | 0 |
| 10 | 3 | 46 | 3 | 50 | 4 | 53 | 7 | 0 |
| 11 | 1 | 47 | 3 | 53 | 6 | 56 | 9 | 0 |
| 12 | 1 | 48 | 5 | 56 | 8 | 61 | 13 | 0 |
| 13 | 5 | 53 | 4 | 61 | 8 | 65 | 12 | 0 |
| 14 | 6 | 59 | 1 | 65 | 6 | 66 | 7 | 0 |
| 15 | 3 | 62 | 5 | 66 | 4 | 71 | 9 | 0 |
| 16 | 8 | 70 | 4 | 71 | 1 | 75 | 5 | 0 |
| 17 | 1 | 71 | 3 | 75 | 4 | 78 | 7 | 0 |
| 18 | 2 | 73 | 3 | 78 | 5 | 81 | 8 | 0 |
| 19 | 4 | 77 | 2 | 81 | 4 | 83 | 6 | 0 |
| 20 | 5 | 82 | 3 | 83 | 1 | 86 | 4 | 0 |
| | | | <u>68</u> | | <u>56</u> | <u>86</u> | <u>124</u> | <u>18</u> |

1. 平均等候時間 = $\frac{56}{20} = 2.8 = \frac{\text{total time wait in queue}}{\text{total number of customers}}$

2. 需要等候之比率 = $\frac{13}{20} = 0.65 = \frac{\text{number of customers who wait}}{\text{total number of customers}}$

3. 服務者閒置比率 = $\frac{18}{88} = 0.21 = \frac{\text{total idle time of server}}{\text{total run time of simulation}}$
 忙碌比率 = $1 - 0.21 = 0.79$

4. 平均服務時間 = $\frac{68}{20} = 3.4 = \frac{\text{total service time}}{\text{total number of customers}}$

与 Table 2.7 比較以期望值公式

$$E(s) = \sum_{s=0}^{\infty} s p(s) = 1(0.1) + 2(0.2) + 3(0.3) + 4(0.25) + 5(0.1) + 6(0.05) = 3.2$$

模擬時間越長 3.4 与 3.2 之差異應會減少

5. 平均到達時間間距 = $\frac{82}{19} = 4.3 = \frac{\text{sum of all times between arrivals}}{\text{number of arrivals} - 1}$

discrete uniform distribution $E(A) = \frac{a+b}{2} = \frac{1+8}{2} = 4.5$

6. 平均等候時間(有实际等候者) = $\frac{56}{13} = 4.3 = \frac{\text{total time wait in: customers}}{\text{total \# of customers who wait}}$

7. 平均每位顧客在系統中之時間 = $\frac{124}{20} = 6.2$
 $= \frac{\text{total time customers spend in the system}}{\text{total \# of customers}}$

$$W = W_q + W_s$$

$$6.2 = 2.8 + 3.4$$

Example 2.2 The Able Baker Carhop Problem

drive-in餐廳的女侍者接受訂單並把食物送到車旁。

Table 2.11 顯示汽車到達間隔。有兩位女侍者。

Able 和 Baker. Able 工作比 Baker 快一莫。 Table 2.12

和 Table 2.13 分別代表 Able 和 Baker 的服務時間

分配。模擬的進行與 example 2.1 類似，除了有二位

服務者較前例更為複雜。一簡化的規則是當

二位侍者均空閒時，Able 接受服務顧客 (資深)

(解答可能合不同，如果是以其他隨機服務準

則進行)

| 汽車到達間隔 | 機率 | 累積機率 | 隨機數字指派 |
|--------|------|------|--------|
| 1 | 0.25 | 0.25 | 1-25 |
| 2 | 0.4 | 0.65 | 26-65 |
| 3 | 0.2 | 0.85 | 66-85 |
| 4 | 0.15 | 1 | 86-00 |

這問題是想發現目前工作安排，並估計系統績效，並使用 1 小時進行，模擬的進行與 example 2.1 類似，只是更多事件，顧客到達，開始由

Able 服務，完成服務 (Able)，開始由 Baker 服務，完

成服務 (Baker)。模擬結果在 Table 2.14

| ABLE 服務時間 | 機率 | 累積機率 | 隨機數字指派 |
|-----------|------|------|--------|
| 2 | 0.3 | 0.3 | 1-30 |
| 3 | 0.28 | 0.58 | 31-58 |
| 4 | 0.25 | 0.83 | 59-83 |
| 5 | 0.17 | 1 | 84-00 |

| Baker 服務時間 | 機率 | 累積機率 | 隨機數字指派 |
|------------|------|------|--------|
| 3 | 0.35 | 0.35 | 1-35 |
| 4 | 0.25 | 0.6 | 36-60 |
| 5 | 0.2 | 0.8 | 61-80 |
| 6 | 0.2 | 1 | 81-00 |

$H_{10} = IF(F_{10} > 0, F_{10} + G_{10}, " ")$

Table 2.14. Simulation Table for Carhop Example

| A | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K | L |
|--------------|---------------------------|-----------------------|-----------------------|---------------------------|---------------------|-------------------|---------------------|-------------------|---------------------|-------------------|---------------|
| Customer No. | Random Digits for Arrival | Time between Arrivals | Clock Time of Arrival | Random Digits for Service | Time Service Begins | Time Service Ends | Time Service Begins | Time Service Ends | Time Service Begins | Time Service Ends | Time in Queue |
| 1 | 26 | 2 | 0 | 95 | 0 | 5 | 5 | | | | 0 |
| 2 | 98 | 4 | 2 | 21 | 2 | 3 | 9 | 2 | 3 | 5 | 0 |
| 3 | 90 | 4 | 6 | 51 | 6 | 3 | 15 | | | | 0 |
| 4 | 26 | 2 | 10 | 92 | 10 | 5 | 18 | 12 | 6 | 18 | 0 |
| 5 | 42 | 2 | 12 | 89 | 15 | 3 | 20 | | | | 0 |
| 6 | 74 | 3 | 14 | 38 | 18 | 2 | 24 | 23 | 4 | 27 | 0 |
| 7 | 80 | 3 | 17 | 13 | 20 | 4 | 27 | | | | 1 |
| 8 | 68 | 3 | 20 | 61 | 24 | 3 | 30 | 28 | 4 | 32 | 1 |
| 9 | 22 | 1 | 23 | 50 | 27 | 3 | 35 | | | | 0 |
| 10 | 48 | 2 | 24 | 49 | 30 | 5 | 39 | 32 | 3 | 35 | 0 |
| 11 | 34 | 2 | 26 | 39 | 35 | 4 | 43 | 35 | 4 | 39 | 0 |
| 12 | 45 | 2 | 28 | 53 | 39 | 4 | 45 | 40 | 5 | 45 | 1 |
| 13 | 24 | 2 | 30 | 88 | 43 | 2 | 49 | | | | 2 |
| 14 | 34 | 1 | 31 | 01 | 45 | 4 | 52 | 48 | 3 | 51 | 0 |
| 15 | 63 | 2 | 33 | 81 | 49 | 3 | 57 | 51 | 5 | 56 | 0 |
| 16 | 38 | 2 | 35 | 53 | 54 | 3 | 57 | | | | 0 |
| 17 | 80 | 3 | 37 | 81 | 59 | 3 | 62 | 56 | 6 | 62 | 0 |
| 18 | 42 | 2 | 40 | 64 | | | | | | | 1 |
| 19 | 56 | 2 | 42 | 01 | | | | | | | 1 |
| 20 | 89 | 4 | 44 | 67 | | | | | | | 0 |
| 21 | 18 | 1 | 48 | 01 | | | | | | | 0 |
| 22 | 51 | 2 | 49 | 47 | | | | | | | 0 |
| 23 | 71 | 3 | 51 | 75 | | | | | | | 0 |
| 24 | 16 | 1 | 54 | 57 | | | | | | | 0 |
| 25 | 92 | 4 | 55 | 87 | | | | | | | 1 |
| 26 | | | 59 | 47 | | | | | | | 0 |
| | | | | | | | | | | | 0 |
| | | | | | | | | | | | 11 |

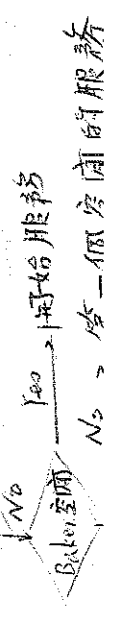
Similar to F, G, H

F6-D6
or
I6-D6

$F_{10} = IF(D_{10} > MAX(H_{10}:H_{19}), D_{10}, IF(D_{10} > MAX(K_{10}:K_{19}), " ", MIN(MAX(H_{10}:H_{19}), MAX(K_{10}:K_{19})))$

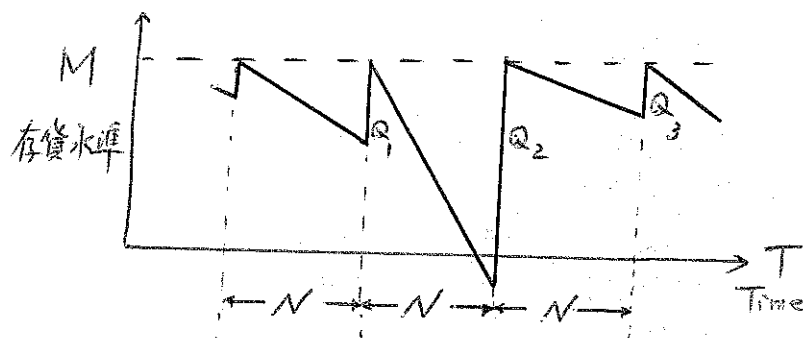
$G_{10} = IF(F_{10} > 0, new_service_time, " ")$

IF (Condition, value-if-true, value-if-false)
顧客到達 → Able 空閒 → Yes → 開始服務



2.2 模擬存貨系統

定期盤存, N (每 N 時間, 例如 5 天), 檢查存貨水準, 將存貨水準, 提昇至 M .



2.4 假設 M 是 11 單位, N 是 5 天

| 需求 | 機率 | 累積機率 | 隨機數字指派 |
|----|------|------|--------|
| 0 | 0.1 | 0.1 | 1-10 |
| 1 | 0.25 | 0.35 | 11-35 |
| 2 | 0.35 | 0.7 | 36-70 |
| 3 | 0.21 | 0.91 | 71-91 |
| 4 | 0.09 | 1 | 92-00 |

| 前置時間 | 機率 | 累積機率 | 隨機數字指派 |
|------|-----|------|--------|
| 1 | 0.6 | 0.6 | 1-60 |
| 2 | 0.3 | 0.9 | 61-90 |
| 3 | 0.1 | 1 | 91-00 |

存貨控制一般以成本衡量, 其中包括訂貨成本 (ordering cost), 持有成本 (holding cost) 及缺貨成本 (shortage cost)

模擬結果顯示於 Table 2.21

25 天中, 有 2 天缺貨, 平均每日存貨 3.5 單位
(88 ÷ 25)

起始狀態

Table 2.21. Simulation Tables for (M, N) Inventory System

| Cycle | Day | Beginning Inventory | Random Digits for Demand | | Demand | Ending Inventory | Shortage Quantity | Order Quantity | Random Digits for Lead Time | | Days until Order Arrives |
|-------|-----|---------------------|--------------------------|--------|--------|------------------|-------------------|----------------|-----------------------------|-----------|--------------------------|
| | | | Demand | Demand | | | | | Lead Time | Lead Time | |
| 1 | 1 | 3 | 24 | 03 | 1 | 2 | 0 | - | - | - | 1 |
| | 2 | 2 | 35 | 87 | 1 | 1 | 0 | - | - | - | 0 |
| | 3 | 9 | 65 | 27 | 2 | 7 | 0 | - | - | - | - |
| | 4 | 7 | 81 | 73 | 3 | 4 | 0 | - | - | - | - |
| | 5 | 4 | 54 | 70 | 2 | 2 | 0 | 9 | 5 | 0 | 1 |
| 2 | 1 | 2 | 03 | 03 | 0 | 2 | 0 | - | - | - | 0 |
| | 2 | 11 | 87 | 87 | 3 | 8 | 0 | - | - | - | - |
| | 3 | 8 | 27 | 27 | 1 | 7 | 0 | - | - | - | - |
| | 4 | 7 | 73 | 73 | 3 | 4 | 0 | - | - | - | - |
| | 5 | 4 | 70 | 70 | 2 | 2 | 0 | 9 | 0 | 3 | 3 |
| 3 | 1 | 2 | 47 | 47 | 2 | 0 | 0 | - | - | - | 2 |
| | 2 | 0 | 45 | 45 | 2 | 0 | 2 | - | - | - | 1 |
| | 3 | 0 | 48 | 48 | 2 | 0 | 4 | - | - | - | 0 |
| | 4 | 9 | 17 | 17 | 1 | 4 | 0 | - | - | - | - |
| | 5 | 4 | 09 | 09 | 0 | 4 | 0 | 7 | 3 | 0 | 1 |
| 4 | 1 | 4 | 42 | 42 | 2 | 2 | 0 | - | - | - | 0 |
| | 2 | 9 | 87 | 87 | 3 | 6 | 0 | - | - | - | - |
| | 3 | 6 | 26 | 26 | 1 | 5 | 0 | - | - | - | - |
| | 4 | 5 | 36 | 36 | 2 | 3 | 0 | - | - | - | - |
| | 5 | 3 | 40 | 40 | 2 | 1 | 0 | 10 | 4 | 1 | 1 |
| 5 | 1 | 1 | 07 | 07 | 0 | 1 | 0 | - | - | - | 0 |
| | 2 | 11 | 63 | 63 | 2 | 9 | 0 | - | - | - | - |
| | 3 | 9 | 19 | 19 | 1 | 8 | 0 | - | - | - | - |
| | 4 | 8 | 88 | 88 | 3 | 5 | 0 | - | - | - | - |
| | 5 | 5 | 94 | 94 | 4 | 1 | 0 | 10 | 8 | 2 | 2 |
| | | | | | | | | | | 88 | |

先前的 information
 1 天後到貨
 當天節東到貨，
 次日將 inventory level 補足

2.3 報紙銷售者(報童)問題

報童問題為一傳統之單期存貨問題，以 33¢ 買入一份報紙，以 50¢ 賣出，當天若沒有賣出，僅可以 5¢ 出售，報紙以 10 份批發給報童。報紙之銷售情況可分成好、普通、差，其機率分別為 0.35, 0.45 與 0.2 等，報紙之需求與隨機數字指派如下。

Table 2.15. Distribution of Newspapers Demanded

| Demand | Demand Probability Distribution | | |
|--------|---------------------------------|------|------|
| | Good | Fair | Poor |
| 40 | 0.03 | 0.10 | 0.44 |
| 50 | 0.05 | 0.18 | 0.22 |
| 60 | 0.15 | 0.40 | 0.16 |
| 70 | 0.20 | 0.20 | 0.12 |
| 80 | 0.35 | 0.08 | 0.06 |
| 90 | 0.15 | 0.04 | 0.00 |
| 100 | 0.07 | 0.00 | 0.00 |

Table 2.17. Random-Digit Assignments for Newspapers Demanded

| Demand | Cumulative Distribution | | | Random-Digit Assignment | | |
|--------|-------------------------|------|------|-------------------------|-------|-------|
| | Good | Fair | Poor | Good | Fair | Poor |
| 40 | 0.03 | 0.10 | 0.44 | 01-03 | 01-10 | 01-44 |
| 50 | 0.08 | 0.28 | 0.66 | 04-08 | 11-28 | 45-66 |
| 60 | 0.23 | 0.68 | 0.82 | 09-23 | 29-68 | 67-82 |
| 70 | 0.43 | 0.88 | 0.94 | 24-43 | 69-88 | 83-94 |
| 80 | 0.78 | 0.96 | 1.00 | 44-78 | 89-96 | 95-00 |
| 90 | 0.93 | 1.00 | 1.00 | 79-93 | 97-00 | |
| 100 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 94-00 | | |

$$\text{利潤} = [(\text{收益}) - (\text{成本}) - (\text{利潤損失由於} \text{ ~~特多~~ \text{報紙}) + (\text{報紙沒有銷售之殘值})]$$

過多的需求

表 2.18 顯示購買 10 份報紙之模擬結果

第 1 天需求 60，其利潤 = $60 \times 0.5 - 60 \times 0.33 - 0 + 10 \times 0.05 = 2.4$

第 5 天需求 90，其利潤 = $70 \times 0.5 - 70 \times 0.33 - 20 \times 0.17 + 0 = 8.5$

模擬 20 天結果，其利潤為 \$174.9。

較完整之模擬，應類似表 2.18 計算購買 10 份、20 份、30 份、40 份、50 份、60 份、80 份... 之成本再決定購買份數。

Table 2.18. Simulation Table for Purchase of 70 Newspapers

| Day | Random Digits for | | Type of Newspaper | Random Digits for | | Demand | Revenue | | Lost Profit | | Salvage | | Daily Profit |
|-----|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-----------------|--------|----------------|--------------------|--------------------|--|---------|--|--------------|
| | Type of Newspaper | Type of Newspaper | | Demand | Demand | | from Sales | from Excess Demand | from Sale of Scrap | | | | |
| 1 | 94 | 80 | Poor | 60 | \$30.00 | — | \$0.50 | \$7.40 | | | | | |
| 2 | 77 | 20 | Fair | 50 | 25.00 | — | 1.00 | 2.90 | | | | | |
| 3 | 49 | 15 | Fair | 50 | 25.00 | — | 1.00 | 2.90 | | | | | |
| 4 | 45 | 88 | Fair | 70 | 35.00 | — | — | 11.90 | | | | | |
| 5 | 43 | 98 | Fair | 90 | 35.00 | \$3.40 | — | 8.50 | | | | | |
| 6 | 32 | 65 | Good | 80 | 35.00 | 1.70 | — | 10.20 | | | | | |
| 7 | 49 | 86 | Fair | 70 | 35.00 | — | — | 11.90 | | | | | |
| 8 | 00 | 73 | Poor | 60 | 30.00 | — | 0.50 | 7.40 | | | | | |
| 9 | 16 | 24 | Good | 70 | 35.00 | — | — | 11.90 | | | | | |
| 10 | 24 | 60 | Good | 80 | 35.00 | 1.70 | — | 10.20 | | | | | |
| 11 | 31 | 60 | Good | 80 | 35.00 | 1.70 | — | 10.20 | | | | | |
| 12 | 14 | 29 | Good | 70 | 35.00 | — | — | 11.90 | | | | | |
| 13 | 41 | 18 | Fair | 50 | 25.00 | — | 1.00 | 2.90 | | | | | |
| 14 | 61 | 90 | Fair | 80 | 35.00 | 1.70 | — | 10.20 | | | | | |
| 15 | 85 | 93 | Poor | 70 | 35.00 | — | — | 11.90 | | | | | |
| 16 | 08 | 73 | Good | 80 | 35.00 | 1.70 | — | 10.20 | | | | | |
| 17 | 15 | 21 | Good | 60 | 30.00 | — | 0.50 | 7.40 | | | | | |
| 18 | 97 | 45 | Poor | 50 | 25.00 | — | 1.00 | 2.90 | | | | | |
| 19 | 52 | 76 | Fair | 70 | 35.00 | — | — | 11.90 | | | | | |
| 20 | 78 | 96 | Fair | 80 | 35.00 | 1.70 | — | 10.20 | | | | | |
| | | | | | <u>\$645.00</u> | | <u>\$13.60</u> | <u>\$5.50</u> | <u>\$174.90</u> | | | | |

2.5 A Reliability Problem 可靠度問題

一 銑床有三種軸承會故障。Table 2.22 是三種軸承生命分配。當一軸承故障，則銑床會無法工作。修理員會更換一軸承，其到達之時間分配亦為隨機變數。Table 2.23 是其分配

Table 2.22 Bearing-Life Distribution

| Bearing Life (hours) | Probability | Cumulative Probability | Random-Digit Assignment |
|----------------------|-------------|------------------------|-------------------------|
| 1000 | 0.1 | 0.1 | 1-10 |
| 1100 | 0.13 | 0.23 | 11-23 |
| 1200 | 0.25 | 0.48 | 24-48 |
| 1300 | 0.13 | 0.61 | 49-61 |
| 1400 | 0.09 | 0.70 | 62-70 |
| 1500 | 0.12 | 0.82 | 71-82 |
| 1600 | 0.02 | 0.84 | 83-84 |
| 1700 | 0.06 | 0.90 | 85-90 |
| 1800 | 0.05 | 0.95 | 91-95 |
| 1900 | 0.05 | 1.00 | 96-0 |

Table 2.23 Delay-Time Distribution

| Delay Time (Minutes) | Probability | Cumulative Probability | Random-Digit Assignment |
|----------------------|-------------|------------------------|-------------------------|
| 5 | 0.6 | 0.6 | 1-6 |
| 10 | 0.3 | 0.9 | 7-9 |
| 15 | 0.1 | 1.0 | 0 |

故障時間估計是每分鐘 5 元 (成本)，修理員成本是每小時 15 元，更換一軸承花 20 分鐘，

Table 2.25. Bearing Replacement Using Proposed Method

| | Bearing 1 Life (Hours) | Bearing 2 Life (Hours) | Bearing 3 Life (Hours) | First Failure (Hours) | Accumulated Life (Hours) | RD (Minutes) | Delay (Minutes) |
|----|------------------------------|------------------------------|------------------------------|-----------------------------|--------------------------------|-----------------|--------------------|
| 1 | 1,400 | 1,500 | 1,500 | 1,400 | 1,400 | 3 | 5 |
| 2 | 1,000 | 1,200 | 1,400 | 1,000 | 2,400 | 7 | 10 |
| 3 | 1,300 | 1,700 | 1,400 | 1,300 | 3,700 | 5 | 5 |
| 4 | 1,600 | 1,800 | 1,900 | 1,600 | 5,300 | 1 | 5 |
| 5 | 1,200 | 1,600 | 1,400 | 1,200 | 6,500 | 4 | 5 |
| 6 | 1,200 | 1,200 | 1,300 | 1,200 | 7,700 | 3 | 5 |
| 7 | 1,000 | 1,100 | 1,100 | 1,000 | 8,700 | 7 | 10 |
| 8 | 1,400 | 1,300 | 1,700 | 1,300 | 10,000 | 8 | 10 |
| 9 | 1,000 | 1,300 | 1,300 | 1,000 | 11,000 | 8 | 10 |
| 10 | 1,000 | 1,100 | 1,300 | 1,000 | 12,000 | 3 | 5 |
| 11 | 1,500 | 1,300 | 1,200 | 1,200 | 13,200 | 2 | 5 |
| 12 | 1,300 | 1,000 | 1,200 | 1,000 | 14,200 | 4 | 5 |
| 13 | 1,100 | 1,200 | 1,800 | 1,100 | 15,300 | 1 | 5 |
| 14 | 1,300 | 1,200 | 1,500 | 1,200 | 16,500 | 6 | 5 |
| 15 | 1,700 | 1,200 | 63/1,400 | 1,200 | 17,700 | 2 | 5 |
| 16 | 1,500 | 1,300 | 21/1,100 | 1,100 | 18,800 | 7 | 10 |
| 17 | 85/1,700 | 53/1,300 | 23/1,100 | 1,100 | 19,900 | 0 | 15 |
| 18 | 05/1,000 | 29/1,200 | 51/1,300 | 1,000 | 20,900 | 5 | 5 |
| | | | | | | | <u>125</u> |

that the bearings are in order on a shelf and they are taken sequentially and

更換 2 個軸承花 30 分鐘，更換 3 個軸承花 40 分鐘，每個軸承價值 16 元。有人建議當一個軸承壞了，同時更換三個軸承。管理當局需做一評估。Table 2.24 代表 20,000 小時之模擬，並假設不含有 2 個以上之軸承同時故障。軸承 1 與 2 分別製造 16 個，軸承 3 只製造 14 個。

目前運作方式之成本估計如下：

$$\text{軸承成本} = 46 \text{ 个} \times \$16/\text{個} = \$736$$

$$\text{故障時間成本} = (110 + 125 + 95) \text{ 分鐘} \times \$5/\text{分鐘} = \$1650$$

故障時更換軸承時間成本

$$= 46 \text{ 个} \times 20 \text{ 分鐘}/\text{個} \times \$5/\text{minute} = \$4600$$

$$\text{修理人員成本} = 46 \text{ 个} \times 20 \text{ 分鐘}/\text{個} \times \$15/60 \text{ 分鐘} = \$230$$

$$\text{總成本} = 736 + 1650 + 4600 + 230 = \$7216$$

Table 2.25 是模擬結果依據建議之方法。其生命分配是由 Table 2.24 而來，如此便於比較兩種不同方法。並使用新的隨機亂數產生額外生命分配時間。新的

策略需要 18 个軸承，新策略之成本估計²
 (see 表)

如下：

$$\text{軸承成本} = 54 \text{ 个} \times \$16/\text{個} = \$736$$

$$\text{故障時間成本} = 125 \text{ 分鐘} \times \$5/\text{分鐘} = \$625$$

故障時更換軸承時間成本

$$= 18 \text{ 組} \times 40 \text{ 分鐘/組} \times \$5/\text{分鐘} = \$3600$$

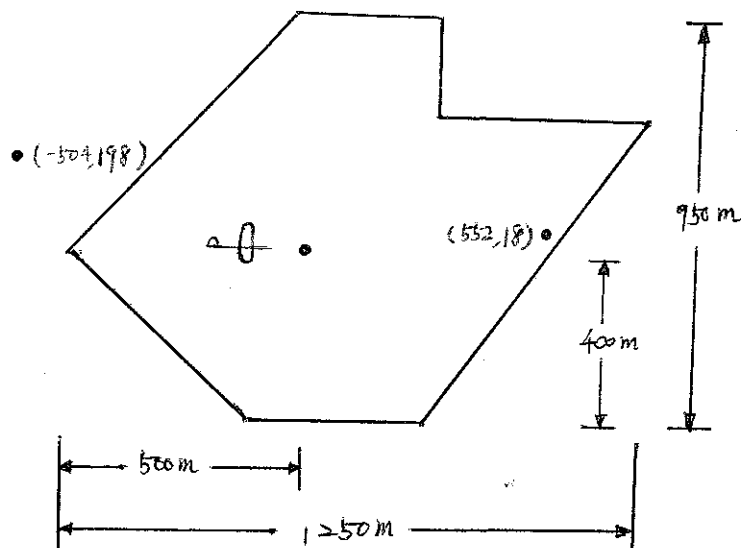
$$\text{修理人員成本} = 18 \text{ 組} \times 40 \text{ 分鐘/組} \times \$15/60 \text{ 分鐘} = \$180$$

$$\text{總成本} = \$864 + \$625 + \$3600 + \$180 = \$5269$$

新策略將產生 \$1947 節省。於模擬 20,000 小時之情況下。

2.6 隨機常態數

一典型之模擬問題為一轟炸隊企圖摧毀敵人之彈藥庫。其形狀如下圖所示。



炸彈落於彈藥庫中任一處，算命中，否則²³視為失誤。每一中隊有10架轟炸機並以水平方向飛行，瞄準與為彈藥庫之軍火臨時堆積中心。該與之影响假設是常態分配有標準差水平方向600米，垂直方向300米。本向題是模擬這次行動並做出關於命中目標的敘述。

標準常態 $Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$

$X = Z\sigma + \mu$ X 為一常態隨機變數
 μ 與 σ 分別為其平均數
 與標準差。

視將瞄準與視為(0,0)， μ 值如同在水平方向為0，同樣地 μ 值在垂直方向亦為0，則

$X = Z\sigma_x$

$Y = Z\sigma_y$

其中 (X, Y) 是模擬之轟炸座標與，已知

$\sigma_x = 600, \sigma_y = 300$ 則 $X = 600 Z_x$

$Y = 300 Z_y$

以下標用以代表 Z 值不同。

表 2.26 顯示模擬結果(僅一次)：篇幅有限。

Table 2.26 Simulated Bombing Run

| Bomber | RNN_x | X Coordinate 600 RNN_x | RNN_y | Y coordinate 300 RNN_y | Result |
|--------|---------|-----------------------------|---------|-----------------------------|--------|
| 1 | -0.84 | -504 | 0.66 | 198 | Miss |
| 2 | 1.03 | 618 | -0.13 | -39 | Miss |
| 3 | 0.92 | 552 | 0.66 | 198 | Hit |
| 4 | -1.82 | -1092 | -1.40 | -420 | Miss |
| 5 | -0.16 | -96 | 0.23 | 69 | Hit |
| 6 | -1.78 | -1068 | 1.33 | 399 | Miss |
| 7 | 2.04 | 1224 | 0.69 | 207 | Miss |
| 8 | 1.08 | 648 | -1.1 | -330 | Miss |
| 9 | -1.50 | -900 | -0.72 | -216 | Miss |
| 10 | -0.42 | -252 | -0.60 | -180 | Hit |

Total: 3 hits, 7 misses.

RNN_x 代表隨機常態數 (Random Normal Number to compute the X coordinate) 用以計算 X 座標。第一架隨機常態數是 -0.84，將其乘上 600 得到 X 座標 -504， RNN_y 0.66 將其乘上 300 得 Y 座標 198，綜合二者得

(-504, 198)。落在彈藥庫之外，失誤沒打命中。

模擬結果 3 架命中，7 架失誤。為評估任務完成之可能性，應執行更多次的模擬，本例為一 Monte Carlo 或靜態模擬，因為沒有時間因素涉及。

2.7 前置時間需求

前置時間為下訂單至接收到貨物之間的時間，經常發生在存貨系統，在現實生活中前

前置時間是一隨機變數，在前置時間內之需求亦為一隨機變數。前置時間之需求定義為前置時間需求之總和。前置時間需求分配可經由模擬多次前置時間而建立直方圖而得。公司銷售每日需求分配如下：

| | | | | |
|---------|-----|------|-----|------|
| 每日需求(卷) | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 機率 | 0.2 | 0.35 | 0.3 | 0.15 |

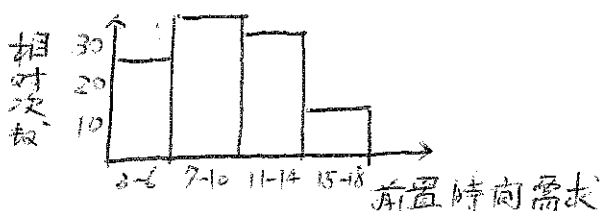
前置時間分配如下：

| | | | |
|---------|------|------|------|
| 前置時間(天) | 1 | 2 | 3 |
| 機率 | 0.36 | 0.42 | 0.22 |

表 2.29 顯示不完全的模擬表。

| Cycle | Random Digits for Lead Time | Lead Time (Days) | Random Digits for Demand | Demand | Lead-Time Demand |
|-------|-----------------------------|------------------|--------------------------|--------|------------------|
| 1 | 57 | 2 | 87 | 6 | 10 |
| 2 | 33 | 1 | 34 | 4 | 5 |
| 3 | 93 | 3 | 82 | 5 | 12 |
| | | | 28 | 4 | |
| | | | 19 | 3 | |
| | | | 63 | 5 | |
| 4 | 55 | 2 | 91 | 6 | 10 |
| | | | 26 | 4 | |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ |

經由多次模擬，直方圖可顯示如圖 2.9。



本例用以示範模擬可用以產生分配。