

Traveling Salesman Problem Branch and Bound

city	1	2	3	4	5
1	∞	10	3	6	9
2	5	∞	5	4	2
3	4	9	∞	7	8
4	7	1	3	∞	4
5	3	2	6	5	∞

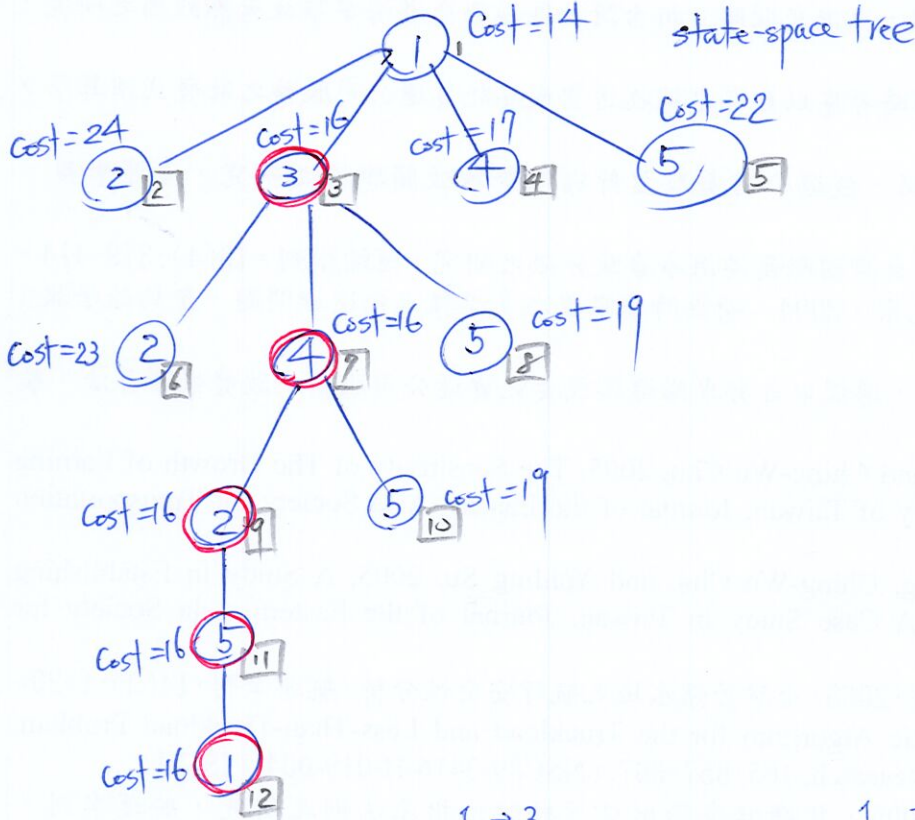
					reduced elements	
	∞	7	0	3	6	3
	3	∞	3	2	0	2
	0	5	∞	3	4	4
	6	0	2	∞	3	1
	1	0	4	3	∞	2

Row-Reduced matrix

	∞	7	0	1	6
	3	∞	3	0	0
	0	5	∞	1 4	4
	6	0	2	∞	3
	1	0	4	1	∞

Column-Reduced matrix
2 ← reduced element

Reduced cost = sum of all reduced elements = 3+2+4+1+2+2=14



1 → 2

∞	∞	∞	∞	∞
∞	∞	3	0	0
0	∞	∞	1	4
6	∞	2	∞	3
1	∞	4	1	∞

1 → 3

∞	∞	∞	∞	∞
3	∞	∞	0	0
∞	5	∞	1	4
6	0	∞	∞	3
1	0	∞	1	∞

1 → 4

∞	∞	∞	∞	∞
3	∞	3	∞	0
0	5	∞	∞	4
∞	0	2	∞	3
1	0	4	∞	∞

1 → 5

∞	∞	∞	∞	∞
3	∞	3	0	∞
0	5	∞	2	∞
6	0	2	∞	∞
∞	0	4	1	∞

∞	∞	∞	∞	∞
∞	∞	3	0	0
0	∞	∞	1	4
4	∞	0	∞	1
0	∞	3	0	∞

∞	∞	∞	∞	∞
2	∞	∞	0	0
∞	4	∞	0	3
5	0	∞	∞	3
0	0	∞	1	∞

∞	∞	∞	∞	∞
3	∞	1	∞	0
0	5	∞	∞	4
∞	0	0	∞	3
1	0	2	∞	∞

∞	∞	∞	∞	∞
3	∞	1	0	∞
0	5	∞	2	∞
6	0	0	∞	∞
∞	0	2	1	∞

Cost(1) + cost(1,2) + \hat{r}_2
= 14 + 7 + 3 = 24

Cost(1) + cost(1,3) + \hat{r}_3
= 14 + 0 + 2 = 16
min

Cost(1) + cost(1,4) + \hat{r}_4
= 14 + 1 + 2 = 17

Cost(1) + cost(1,5) + \hat{r}_5
= 14 + 6 + 2 = 22

3 → 2

$$\begin{bmatrix} \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\ 2 & \infty & \infty & 0 & 0 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \underline{5} & 2 & \infty & \infty & 3 \\ 0 & \infty & \infty & 1 & \infty \end{bmatrix}$$

$\text{cost}(3) + \text{cost}(3,2) + \hat{\gamma}(2)$
 $= 16 + 4 + 3 = 23$

3 → 4

$$\begin{bmatrix} \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\ 2 & \infty & \infty & \infty & 0 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\ 5 & 0 & \infty & \infty & 3 \\ 0 & 0 & \infty & \infty & \infty \end{bmatrix}$$

$\text{cost}(3) + \text{cost}(3,4) + \hat{\gamma}(4)$
 $= 16 + 0 + 0 = 16$ *min*

3 → 5

$$\begin{bmatrix} \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\ 2 & \infty & \infty & 0 & \infty \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\ 5 & 0 & \infty & \infty & \infty \\ 0 & 0 & \infty & 1 & \infty \end{bmatrix}$$

$\text{cost}(3) + \text{cost}(3,5) + \hat{\gamma}(5)$
 $= 16 + 3 + 0 = 19$

4 → 2

$$\begin{bmatrix} \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\ 2 & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\ 0 & \infty & \infty & \infty & \infty \end{bmatrix}$$

$\text{cost}(4) + \text{cost}(4,2) + \hat{\gamma}(2)$
 $= 16 + 0 + 0 = 16$ *min*

4 → 5

$$\begin{bmatrix} \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\ 2 & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\ 0 & 0 & \infty & \infty & \infty \end{bmatrix}$$

$\text{cost}(4) + \text{cost}(4,5) + \hat{\gamma}(5)$
 $= 16 + 3 + 0 = 19$

2 → 5

$$\begin{bmatrix} \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\ 0 & \infty & \infty & \infty & \infty \end{bmatrix}$$

$\text{cost}(2) + \text{cost}(2,5) + \hat{\gamma}(5)$
 $= 16 + 0 + 0 = 16$

5 → 1

$$\begin{bmatrix} \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \end{bmatrix}$$

$\text{cost}(5) + \text{cost}(5,1) + \hat{\gamma}(1)$
 $= 16 + 0 + 0 = 16$